

**09' 개정교육과정 제 2차 수학교육종합계획에 따른
수학교과서를 활용한 수업설계 및 지도방안**

서초메가스터디 재학생반
수학과 팀장 최영철

- 차례 -

I. 09' 개정교육과정 제 2차 수학교육 종합 계획 소개 (2015년~2019년)

II. 제2차 수학교육 종합 계획에 따른 대입 출제와 평가의 변화

III. 교과서를 활용한 수학교육의 목표

IV. 교과서를 통한 수업설계 및 효과

- (1) 공학적 도구를 활용한 흥미 유발하기
- (2) 교과서의 정독과 쓰기 그리고 요약하기
- (3) 증명을 통한 올바른 수학적 언어 습득하기
- (4) 발전문제와 통한 통합적 사고력 훈련하기
- (5) 스토리텔링을 통한 수학외적문제 해결하기

1. 09' 개정교육과정 제 2차 수학교육 종합 계획 소개 (2015년~2019년)

1. 수학교육 선진화 종합대책(2012~2014)의 추진배경

‘생각하는 힘을 키우는 수학’, ‘쉽게 이해하고 재미있게 배우는 수학’,
‘더불어 함께하는 수학’을 슬로건으로 추진하여 6대 분야 28개 과제를 통해 학교 수학교육의 근본적인 변화 추진

2. 수학교육 선진화 종합대책(2012~2014)의 추진성과

(1) 비전: 지식정보화 시대의 창의적 인재와 합리적 시민을 위한 수학교육

(2) 목표

- ① 창의·인성 중심의 학교 수학 내실화 및 사교육 부담 완화
- ② 수학에 대한 긍정적 태도 및 자신감 형성
- ③ 현재인의 기본 소양으로서 수학의 대중화

(3) 6대 분야별 주요 성과

- ① 학교 수학수업의 내실화 제고 및 학습효과 제고
- ② 교사 전문성 제고 및 사기 진작
- ③ 평가방식 개선 및 내실화
- ④ 취약계층 수학격차 해소
- ⑤ 수학교육 장기 발전 기반 조성
- ⑥ 수학 저변 확산 및 대중화

3. 제2차 수학교육 종합 계획의 기본 방향

(1) 비전: **창의적 융합 인재 양성을 위한 수학교육**

(2) 목표

- ① 수학 기반의 핵심역량 함양
- ② 수학의 가치와 유용성 인식 확산
- ③ 선진 수학교육 기반 조성

(3) 추진 전략 및 추진 과제

① 수학교육 패러다임 변화 추진

- i) 배움을 즐기는 수학교육
- ii) 체험·탐구 중심의 수학교육
- iii) 과정 중심의 수업 및 평가

② 수요자 참여 중심 수학교육 지원

- i) 학생의 수학학습 성공 경험 부여
- ii) 교사의 수학교육 전문성 신장
- iii) 국민과 함께하는 수학 대중화

③범국가적 수학교육 지원 체제 구축

- i) 수학교육 활성화 거점 마련
- ii) 수학교육 발전의 제도적 장치 마련
- iii) 수학교육 협력체제 구축

*구체적인 내용은 필요에 따라 이하 내용에서 참고자료로 사용하도록 하겠습니다.

II. 제2차 수학교육 종합 계획에 따른 대입 출제와 평가의 변화

-추진과제에서 가장 주목할 부분은 ‘수학교육 패러다임의 변화 추진’으로 이는 저학년 부터 시작되어 차츰 고학년의 수학 성취도 평가에도 영향을 미칠것으로 예상되며 곧 고등학생들의 대입평가를 결정하는 학교 내신 시험에서 나아가 대학수학능력시험에서도 평가 기준의 패러다임도 바뀔것이라고 예상되어집니다.

1. 배움을 즐기는 수학 교육

- (1) 수학의 유용성을 체감할 수 있는 **실생활 연관 내용 강화**(2015 개정 수학과 교육과정)
 - 문제풀이 위주가 아닌 실생활 속에서 **수학의 유용성을 체감할 수 있는 내용 위주로 수학교과서** 개발 유도

예시. 주제 중심의 고등학교 수학교과서 모형 연구(황선욱 외, 2014)

	주제 중심의 정의	내용
1	이슈 중심	환경과 녹색성장
2	실생활 중심	생활과 스포츠-야구를 중심으로
3	수학적 가치 중심	수학적 모델링과 문제해결 전략

- (2) 스토리텔링 수학수업 우수 사례 발굴· 보급 등을 통해 **스토리텔링 방식 수학교육의 현장 착근 지원**

※ 스토리텔링 우수 사례 공모 ('15) 초 30개 → ('16~) 초·중·고로 확대

예시. 스토리텔링 수학수업 우수 사례(교육부·한국과학창의재단, 2014)

구분	주제	학년_학기_단원
최우수상	어사 박평근! 불타버린 책의 비밀을 찾아서	5_2_자료의 표현
우수상	고려시대 원님의 재판을 통한 토지의 둘레와 넓이 측정	5_1_평면도형의 둘레와 넓이
	화재 현장을 진압하라! 소방대원 다행이의 비와 비율 이야기	6_1_비와 비율
	역사적 상상력을 통한 수학여행	5_1_평면도형의 둘레와 넓이
	강아지 꼬미와 똥이의 비교나라 모형	1_1_비교하기
	함께 만드는 Mathtory	2_1_여러 가지 도형
	스토리텔링으로 가르치는 매력적인 새 출발	5_1_약수와 배수

- (3) **수학독서, 독후감쓰기** 등 수학 관련도서를 활용해 수학에 대한 긍정적 태도 함양과

정의적 영역의 성취 향상

예시. 전국수학교사모임에서는 매년 수학독서대회 개최(2007~)

- 제7회 수학독서대회에는 ‘내가 생각하는 수’를 주제로 총435명 응모

2. 체험·탐구 중심의 수학교육

(1)수학 관련 전문가를 활용한 진로 프로그램 개발

예시. 한국과학창의재단의 수학분야 진로교육주간(‘14.9.22~26) 행사 내용

- 찾아가는 진로 멘토링
 - 전문가가 교실로 찾아가 수학분야 동향과 직업 소개 강연 및 질의·응답
- 진로 멘토링 TV
 - 페이스 북을 통해 실시간 방송 및 SNS 등을 통해 실시간 질의·응답
- 진로·직업 체험

기관명	프로그램명
국가기상 슈퍼컴퓨터센터	슈퍼컴퓨터와 기상예보
북부수학체험교실	지오데식동만들기
국가수리과학연구소	이매지너리 체험
창원대학교 지역과학기술진흥센터	창의적 수학체험활동

(2) 자유학기제 수학프로그램 개발·운영

-수학 프로그램의 선택적 활용이 가능하도록 수준별, 내용 영역별, 주제별 등 학생 수요 기반 참여·활동형 수학프로그램 개발·보급 확대

◆ 예시. 전주한옥마을 수학산책(Math Tour)

- 전주한옥마을을 산책하는 가운데 ‘경기전’ 속의 수학 원리를 탐구하는 프로그램으로, 경기전의 무늬, 문살, 세종대왕의 빈 찬합 문제, 수복청의 숫자, 우리 전통 놀이, 경기전 돌담 탐구, 죽림 탐구 등이 있음

(3)공학적 도구 활용 지원

-수학 교과별, 교과내용별, 수학수업과 동아리 활동 등 체험·탐구 중심 수학수업을 위한

교구, SW 및 첨단IT 활용 지원

※ 선진형 수학교실(‘12~’14) 활용 사례 확대·보급

3. 과정 중심의 수업 및 평가

(1)서술·논술형 평가, 관찰평가, 자기평가 등 대안평가 방안 제시 및 현장에서의 활용성 검증·보급

- 학생의 학습과정과 성취정도에 대한 구체적 정보를 제공함으로써 평가를 통해 배우는

수학평가 풍토 조성

예시. 중학교 수학과 교육과정에 적합한 평가 방안 연구(한국과학창의재단, 2013)

학생	평가요소	평가요소별 논평 초안			논평
		평가요소별 논평 기준	우수	보통	
1	삼각형 작도	간단한 도형 및 주어진 조건의 삼각형을 작도할 수 있다.	○		크기가 같은 각을 정확히 작도하였으며(삼각형의 작도), 작도 과정을 설명하였음(수학적 표현). 작도에 대한 자신감이 생겼으며(자신감) 모둠활동에도 적극적으로 참여함(책임, 배려, 끈기)
	수학적 표현	점, 선, 각의 의미를 알고 있으며, 작도 과정에서 올바르게 사용할 수 있다.		○	
	자신감	프로젝트 완료 후 작도에 대한 자신감이 생겼다.		○	
	책임	프로젝트에서 주어진 역할을 정확하게 이해하고 임무를 완성하였다.	○		
	배려	프로젝트가 성공할 수 있도록 친구들을 잘 도와주었다.		○	
	끈기	프로젝트가 힘들었지만 포기하지 않고 목표를 달성하였다.	○		

(2)스토리텔링, 글쓰기, 프로젝트 학습, 협력적 문제해결* 학습 등 **수학수업 유형별 평가의 일관성 유지**

* 협력적 문제해결: PISA 2015부터 실시 예정인 것으로 ‘ 둘 이상의 가상 인물들이 문제를 해결하기 위해 그들의 지식, 기술, 노력을 끌어내고 이해와 노력을 공유하는 과정에 효과적으로 참여하는 한 개인의 능력’ 으로 정의합니다.

- 선다형 지필평가를 지양하고 과정중심의 평가가 이루어질 수 있도록 자기평가, 서술형 평가, 관찰평가 등의 **대안평가 방안에 대한 지속적인 안내**

4. 대입에 관련된 출제와 평가 기준의 변화점 예상

-수학에 대한 긍정적 태도와 정의적 특성을 함양하고 실생활 연관 내용을 강화하겠다는 의도 및 과정에 대한 평가를 하겠다는 부분이 대입에 반영되면 크게 3가지 부분에서 출제와 평가의 변화가 있을 것이라고 예상되어집니다.

(1)수학교육 선진화 방안에서 계속 추진하고 있는 스토리 텔링을 통한 실생활 활용에 대한 교육은 서술형 및 논술형 평가로 이어지고 초등학생과 중학생을 넘어서서 고등학교 내신시험에도 빈번하게 출제되고 평가되고 있는 추세이며 이는 앞으로 더 강화될것이라고 예상되어집니다. 과정 중심의 평가를 실시하고 이에 대한 정당한 평가기준을 만들고 연구하도록 각 학교 선생님들에게 지침이 내려왔으며 스토리 텔링 학습을 기반으로 하는 온라인 사이트 EBS-MATH를 향후 2017년에 고1에서 2018년 고2와 고3까지 확장할 계획을 가지고 있습니다.

(2)수학적 지식을 실생활에 적용시킬수 있는 능력을 평가하는 방안으로 대입 논술전형이 강화될 것이라고 예상됩니다. 이미 많은 대학에서는 수리논술에 대한 출제 내용을 고등학교 교과서 수준을 넘어가지 않도록 하고 있으며 이는 대부분이 각 출판사의 교과서에 실려있는 수학사 및 실생활 예제를 충분히 이해하고 있으면 굳이 대학과정을 학습

하지 않아도 논술문제를 해결할 수 있도록 출제하고 있고 이에 발맞추어 논술전형에 대한 수능 최저 학력을 아예 없애거나 수준을 낮추고 있습니다.

- (3) 수능에서 수학적으로 매우 어려운 내용을 출제하게 되는 경우는 많이 없어질 것이라고 예상되어지며 수학영역에서 학생들을 평가하고자하는 논리와 사고에 대한 부분을 다른 영역과 연결시켜서 통합적 사고력 문제로 대체되어 출제 될 것이라고 예상되어집니다. 실제로 수능 수학을 몰수능이라는 말이 나올 정도로 해가 거듭할수록 쉬워지고 있는 현실이고 반대로 수능과 평가원 모의고사에서 국어영역이나 탐구영역에서 수리적 논리와 해석이 필요한 문제가 출제되는 빈도가 늘어나고 있는 상황입니다.

III. 교과서를 활용한 수학교육의 목표

1. 수학에 대한 긍정적 태도를 가지게 하고 흥미를 유발

-수학이라는 과목에 대해서 흥미가 없고 재미를 못느끼는 학생에게 처음부터 무리하게 주입식 교육을 강요하는 것은 오히려 학습자로 하여금 더욱 과목에 대한 흥미가 감소되게 만들 수 있습니다. 수학문제해결로부터 즐거움을 느끼고 보람을 가지는 학생은 전체의 1%도 안되는 비율입니다. **학습의 시작은 흥미유발과 동기발생**입니다. 하지만 단순하게 재미있는 수업과 쉽게 설명하는 강사만으로는 한계가 있습니다. 본질적으로 수학이 가지고 있는 재미를 학생들이 느낄 수 있도록 해주어야합니다. 교과서에는 이러한 흥미와 동기유발에 대한 여러 가지 방법들이 있습니다. 이러한 콘텐츠를 정확히 활용한다면 **강사나 수업에 흥미를 느끼는 것이 아니라 수학 그 자체에 흥미를 가지게** 할 수 있습니다.

2. 올바른 수학적 언어의 습득에 의한 논리력과 통합사고력의 향상

-학생들뿐만이 아니라 수학을 가르치는 선생님들조차도 수학에 대한 오해를 하고 있는 부분이 있습니다. 수학은 **수와 기호로 만들어진 완벽한 논리의 언어**입니다. 수학을 발전시켜온 수학자들 또한 이러한 수학의 언어적 특성에 기반하여 여러 가지 정의와 성질을 증명하고 추론해왔습니다. 수학의 시작은 이러한 수학이 가지고 있는 언어학적 특징을 이해하는 것이고 이것은 **다른 영역의 과목을 공부하는데 있어서도 가장 큰 기반이 되는 논리력과 사고력을 향상**시키는 근간이 됩니다. 수학을 유형과 문제풀이로 접근하는 것은 잘못된 참고서와 문제집으로 학습한 잘못된 학습방법입니다. 교육부가 제시하는 수학을 통해 갖춰야할 덕목을 쌓기 위해서는 쉬운 단문과 요약식 설명을 통한 학습이 아니라 **교과서를 통해 수학적 언어를 통한 논리와 사고력을 향상**시켜야합니다. 이것이 실제로 대입에 있어서 가장 중요한 핵심 능력이라고 할 수 있습니다.

3. 사회적 현상에 대한 수학적 접근과 해결방안을 탐구

-과거의 수학뿐만이 아니라 현재의 수학 그리고 나아가 미래의 수학의 궁극적인 목표는 **사회적 문제를 직시하고 이를 수학적으로 접근하여 그 해결책을 모색**하는 것에 있습니다. 너무 거창하게 느껴질지 모르겠지만 수학교육의 궁극적인 목표는 삶의 질의 향상과 행복을 추구하는 과정에서 생기는 사회적 문제를 해결하는 것에 있습니다. 현재 수학을

학습하는 학생들은 본질은 잃어버리고 있습니다. 그렇다고 이러한 사회적 현상에 대한 고찰과 수학적 접근에 대해서 따로 학습하기에는 환경적인 요소의 한계가 있습니다. 하지만 교과서에는 이러한 사회적 현상과 실생활에 대한 예시가 충분히 있고 이를 활용할 수 있는 여러 가지 콘텐츠를 제공하고 있습니다. 따로 학습할 것이 아니고 한번을 학습하더라도 본질에 맞는 학습이 필요한 것입니다.

IV. 교과서를 통한 수업설계 및 효과

1. 공학적 도구를 활용한 흥미 유발하기

(1) 엑셀을 이용한 수학적 내용에 대한 이해

예를 들어, 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \frac{1}{n}$ 일 때, $\{a_n\}$ 은

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

이다.

이때, 오른쪽 표와 같이 n 이 한없이 커짐에 따라 일반항 a_n 의 값은 0에 한없이 가까워진다.

	A	B
1	n	1/n
2	1	1
3	2	0.5
4	3	0.333333333
5	4	0.25
6
7	10	0.1
8
9	100	0.01
10
11	1000	0.001
12
13	10000	0.0001
14

<예시. 천재교육 미적분 I 교과서 함수의 극한>

- ① 학생들은 수학적 기호나 언어는 낯설어하지만 컴퓨터 프로그램에는 친숙하기 때문에 이를 이용하여 수리적인 내용을 쉽게 접근할 수 있도록 교과서가 구성되어 있습니다.
- ② 애매하고 이해하기 힘든 단원에 대한 내용을 좀 더 명확하게 이해시킬 수 있을뿐만 아니라 수학과목에 대한 흥미도 많이 유발시킬 수 있습니다.

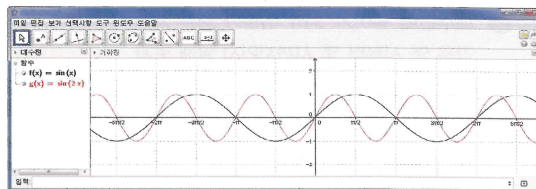
(2) 기하 프로그램을 이용한 시각적 효과

● 컴퓨터를 이용하여 삼각함수의 그래프 그리기

컴퓨터의 기하 프로그램은 학습 내용을 시각화하여 추상적인 수학 내용을 구체적으로 경험할 수 있도록 해 준다.

활동 1 기하 프로그램을 이용하여 $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \sin 2x$, $y = 2 \cos x$ 의 그래프를 그려 보자.

- ① 선택사항-고급 기능-설정사항-기하창-x축에서 x 의 눈금 간격을 $\pi/2$ 로 바꾼다.
- ② 입력창에 'y=sin(x)'를 입력하고 [Enter]를 누르면 함수 $y = \sin x$ 의 그래프가 그려진다.
- ③ 입력창에 'y=sin(2x)'를 입력하고 [Enter]를 누르면 함수 $y = \sin 2x$ 의 그래프가 그려진다.

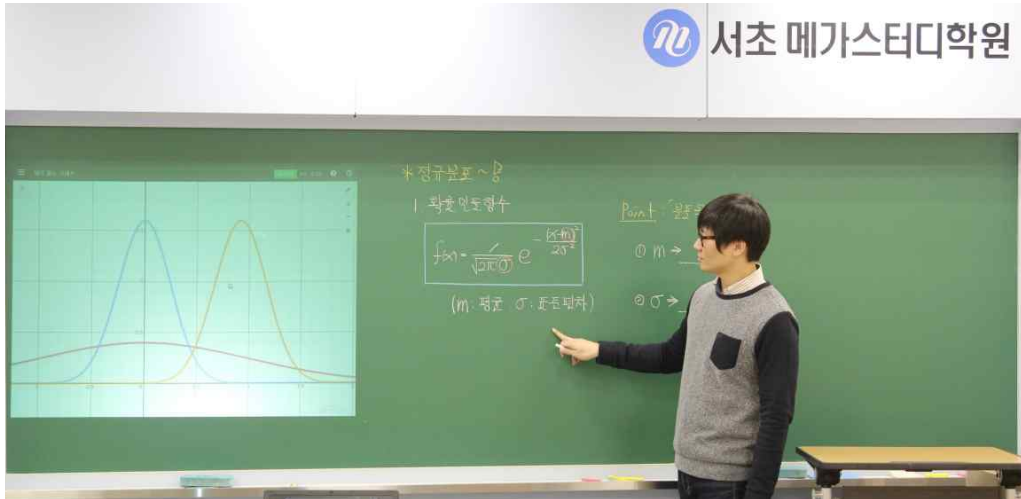


$y = \sin x$, $y = \sin 2x$ 의 그래프

<예시. 신사고 미적분 II 교과서 삼각함수의 그래프>

- ① 판서로 구현하였을때, 이해하기 힘든 복잡한 그래프나 자취를 보여주는 그래프의 경우 컴퓨터 프로그램을 이용하여 시각적으로 쉽게 접근할 수 있도록 합니다.
- ② 학생들이 직접 수식을 입력하고 그에 따라서 그래프가 생성되는 것을 경험한다면 훨씬 수학에 대한 관심이 많아질 것이라고 생각합니다.

(3) 실제 수업구현 사례



<예시. <https://www.desmos.com/calculator> 를 이용한 정규분포곡선의 구현>

2. 교과서의 정독과 쓰기 그리고 요약하기

(1) 교과서와 참고서 및 학원교재의 차이

- ① 교과서는 결과를 쉽게 주지 않습니다. 학생들로 하여금 충분히 교과서를 읽어보고 그 의미를 고민하게 하고 문맥에서의 중요한 점을 스스로 찾게 구성되어 있습니다. 즉, 참고서처럼 완전히 요약된 결과를 주는 것이 아니라 그 과정을 스스로 학습할 수 있도록 텍스트를 이용하여 설명되어져 있으므로 명확한 사실을 기술해 놓은 국어영역의 비문학 지문과도 같다고 보는 것이 바람직합니다.

다항식 x^3-6x+5 를 일차식 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2+2x-2 이고 나머지는 1이다. 이때 $P(x)=x^3-6x+5$ 라고 하면 $P(x)=(x-2)(x^2+2x-2)+1$ 이고, 양변에 $x=2$ 를 대입하면 $P(2)=1$ 이다. 즉, $P(x)=x^3-6x+5$ 를 일차식 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $P(2)$ 와 같다.

일반적으로 x 에 관한 다항식 $P(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 하면 다음이 성립한다.

$$P(x)=(x-a)Q(x)+R$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로 양변에 $x=a$ 를 대입하면 $R=P(a)$ 이다.

이와 같은 성질을 **나머지정리**라고 한다.

<예시. 두산동아 수학 I 교과서 나머지 정리>

(2) 나머지정리

① x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 하면

$$R=f(a)\text{이고, 특히 일차식 }ax+b\text{로 나눈 나머지는 }f\left(-\frac{b}{a}\right)\text{이다.}$$

② 다항식의 나눗셈의 나머지

- 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리를 이용하여 구한다.
- 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 $ax+b$ 로 놓고 구한다.
- 다항식을 삼차식으로 나누었을 때의 나머지는 ax^2+bx+c 로 놓고 구한다.

<예시. 수경출판사 일등급수학 수학 I 나머지 정리>

②교과서는 학생들로 하여금 그 내용을 독해하고 이해하기를 바랍니다. 하지만 참고서는 그 결과를 암기하고 즉각 활용하기를 원합니다. 교과서와 참고서의 가장 큰 차이점은 여기에서 나타납니다. 같은 내용을 완전히 다른 방법으로 학습하기를 원하고 있습니다. 하지만 대학수학능력시험은 교과서를 위주로 출제됩니다. 어떤 학습방법을 따라야 하는지는 너무나도 명확하다고 할 수 있습니다.

(2)올바른 교과서 학습의 시작

①교과서의 정독

-학생들의 수학공부를 하는것을 보고 있으면 상위권부터 하위권까지 그 공부의 방법이 매우 획일적이라는 놀라운 사실을 알 수 있습니다. '수업 -> 문제풀이 -> 질문 -> 오답' 그 누구도 교과서 및 개념서를 읽고 문제풀이를 하지 않으며 심지어 모르는 문제가 나와도 교과서나 개념서를 다시 찾아서 볼 생각을 하지 않습니다. 학원과 과외가 넘쳐나는 환경에서 너무나도 쉽게 질문을 통해 원하는 결과를 얻을 수 있기 때문입니다. 과연 이런 학생들의 성취도가 좋을까? 절대 그렇지 않습니다. 수학영역에서 교과서는 영어영역에서의 사전과도 같습니다. 그렇기 때문에 단원에서 학습해야할 목표와 내용을 완벽하게 습득하는 과정의 시작은 교과를 정독하는 것입니다.

②교과서 내용 쓰기와 요약하기

-교과서의 정독후 내용에 대한 거시적인 부분이 머릿속에 한번 정리한 뒤에는 교과서 속에 숨어있는 미시적인 내용들의 의미를 곱씹어 볼 필요가 있습니다. 아주 가볍게 넘어가는 내용이 수학적으로 굉장한 의미를 가지고 있다는 것을 학생들 스스로 깨우칠 필요가 있습니다. 이를 가장 효과적으로 익히는 방법은 교과서의 텍스트를 쓰고 요약하는것입니다. 즉, 학생 스스로가 만드는 요약집(=참고서)을 만드는 훈련을 시켜서 문장을 해석하는 논리적으로 생각하는 방법을 익히도록 합니다.

③평가 및 점검

-학생들이 교과서를 정독 후 쓰기 및 요약하기 과정이 끝났으면 이러한 과정이 올바르게 진행되었는지에 대한 학습평가 및 점검이 필요합니다. 담당강사가 교과서 내용을 중심으로 요약식 개념강좌를 진행하고 강사의 판서를 중심으로 학생들의 요약집을 수정하도록 지도합니다. 또한 전자기기(예.태블릿 PC)를 이용하여 우수학생의 요약집을 즉각적으로 다른 학생들과 공유하여 토론식 수업을 진행하여 서로의 요약본을 발전 및 보완해나가는 수업진행을 하도록 합니다. 이를 토대로 이후 학생들이 문제풀이를 하면

서 개념에 대한 부분이 부족할시에는 스스로가 만든 요약집을 다시 찾아서 학습할 수 있도록 지도 합니다.

④ 학습효과 및 발달사항

-스스로 요약집을 만드는 과정에서 텍스트를 읽고 그 안에서의 핵심내용을 찾는 훈련이 자연스럽게 이루어질것이며 이는 학생들이 차후에 복잡한 내용을 담고 있는 활용문제나 고의적 함정문제를 푸는데 있어서 많은 도움이 될것이라고 생각합니다. 또한 학생들이 가장 어려워하는 수학에 대한 내용을 읽고 요약하는 연습을 하므로써 다른 영역에서의 독해와 이해에도 충분히 도움이 될것이라고 생각합니다.

(3) 교과서 쓰기 및 요약하기를 통한 요약집 만들기 과정

step1. 단원 내용에 대한 이해부족 및 문제해결이 힘든 경우

step2. 해당 단원의 교과서를 1~3회 정독하게 합니다.

step3. 직접 교과서의 텍스트 내용을 정확하게 쓰도록 합니다.

step4. 자신이 쓴 내용을 토대로 핵심내용을 요약하게 합니다.

*평가기준 및 핵심체크사항

i) 학습성취기준이 요구하는 내용을 정확하게 적어내도록 지도합니다.

ii) 정의되어있는 수학적 용어의 의미를 확실하게 정리하였는지 확인합니다.

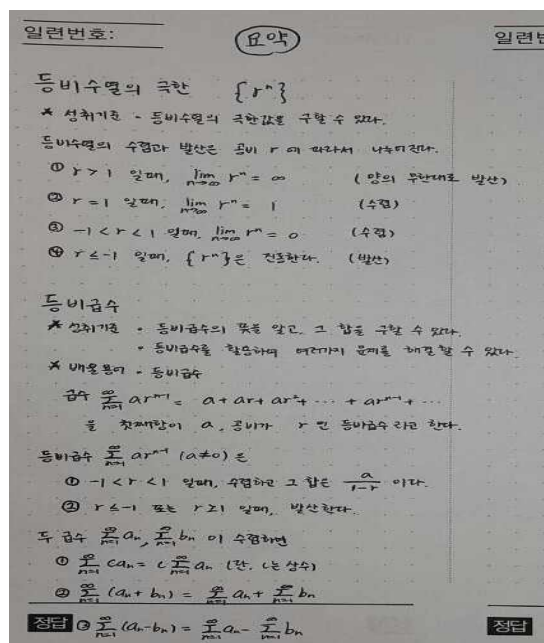
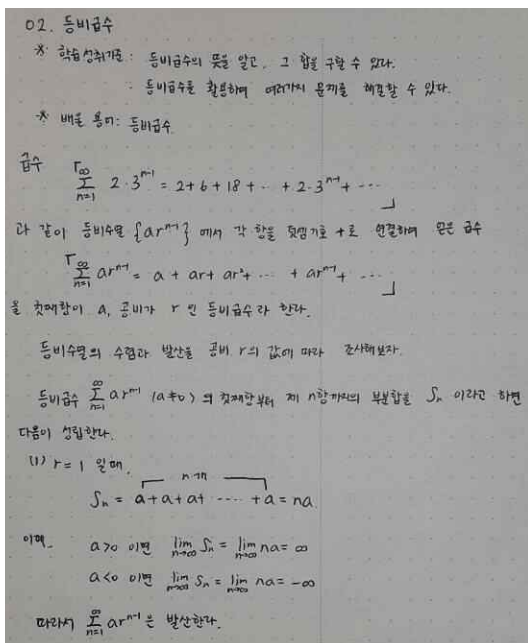
iii) 핵심 정의와 정리 및 공식을 숙지하였는지 체크하도록 합니다.

step5. 위의 내용을 기준으로 다시 한번 스스로의 요약집을 수정하게 합니다.

step6. 같은 단원에서 문제해결이 어려울시에 다시 요약집을 찾아서 학습하게 합니다.

(4) 교과서의 정독과 쓰기 및 요약하기를 통한 학습 사례

-등비급수에 대한 개념을 어려워하는 학생의 교과서 쓰기 및 요약



<예시. 두산동아 미적분 I 등비급수 단원을 정독 후 쓰기 및 요약하기 훈련>

3. 증명을 통한 올바른 수학적 언어 습득하기

(1) 수학공부에 있어서 명제의 증명의 필요성

-앞서 언급이 되었지만 수학은 정확한 정의와 약속으로 이루어진 학문입니다. 그렇기 때문에 학생들에게 수학적 기호와 언어를 통해서 이러한 정의가 어떻게 약속되는지를 학습시키는것은 굉장히 중요한 부분입니다. 이것은 단순하게 내용을 예시를 통해 쉽게 이해시키고 활용하는것만을 학습해서는 이루어지기 힘듭니다. 학생들로 하여금 명제를 스스로 증명하게 하고 이를 토대로 수학적 언어를 습득하게 하고 논리력을 향상시키는 것이 목표가 되어야합니다.

(2) 증명을 교과서로 학습해야하는 이유

(1) 포물선의 빛의 반사 성질

초점에서 나온 빛이 포물선에 닿아 반사되면 축에 평행하게 나아간다. 거꾸로 축에 평행하게 들어온 빛이 포물선에 닿아 반사되면 초점으로 모인다.

[증명] 포물선 $C: y^2=4x$ 에서 증명하자.

포물선 C 의 초점을 F 라 하고, C 위의 임의의 한 점 P 에서의 접선 l 과 x 축의 교점을 T 라 하자. 또, 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선 m 위의 한 점을 X 라 하자.

① 으로부터 $\angle FPT = \angle XPQ$ 임을 보이면 되는데

$$\angle XPQ = \angle FTP \quad (\because \text{동위각})$$

이므로 $\angle FPT = \angle FTP$ 를 보여도 된다.

즉, $\triangle FPT$ 가 $\overline{FP} = \overline{FT}$ 인 이등변삼각형을 보이면 충분하다.

포물선 $C: y^2=4x$ 에서 $F(1, 0)$ 이고, C 위의 임의의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선 l 의 방정식이 $y_1 y = 2(x+x_1)$ 이므로 $T(-x_1, 0)$ 이다.

$$\therefore \overline{FT} = |1+x_1|$$

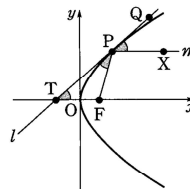
한편, 점 $P(x_1, y_1)$ 은 포물선 C 위의 점이므로 $y_1^2 = 4x_1$ 이 성립한다.

$$\therefore \overline{FP} = \sqrt{(x_1-1)^2 + y_1^2} = \sqrt{(x_1-1)^2 + 4x_1} = \sqrt{(x_1+1)^2} = |1+x_1|$$

따라서 $\overline{FT} = \overline{FP} = |1+x_1|$ 이므로 $\triangle FPT$ 는 이등변삼각형이다. 즉,

$$\angle FPT = \angle FTP, \angle XPQ = \angle FTP \iff \angle FPT = \angle XPQ$$

이므로, 포물선의 빛의 반사 성질이 증명되었다. ■



<예시. 오르비 숨마쿰라우데 기하와 벡터 교과과정 외 이차곡선의 성질 증명>

-시중에 출판되고 있는 참고서들은 교과서에 없는 내용에 대한 명제들을 많이 다루고 있습니다. 이는 교과서에만 있는 내용을 담고 있으면 학생들이 내용이 부족하다고 느끼기 때문입니다. 하지만 대입에서 원하는 수학적 명제는 모두 교과서에 있습니다. 또한 교과 과정을 넘어가는 명제가 출제된다고 하더라도 이는 명제를 모두 학습하고 암기하는 것이 아니라 수학적 언어를 이해하여 명제를 스스로 증명하는 힘을 기르는것이 목표가 되어야 합니다.

4. 발전문제를 통한 통합적 사고력 훈련하기

(1) 단계별 학습을 통한 사고력 훈련

-교과서는 다양한 등급의 학생들을 모두 지도 할수 있도록 제작되어있기 때문에 학생들의 수준에 맞추어서 단계별로 학습을 시키는것이 가능합니다. 또한 서술형 문항도 충분히 수록되어있고 이에 대한 정확한 평가도 제시되어 있으므로 쓰기 연습을 시키는 것에서도 매우 유용합니다. 그렇기에 시중에 있는 교과서들의 문제들을 단계별로 학습을 한다면 내신심화 및 수능준비(기출문제 및 연계문항 제외)도 충분하다고 생각됩니다.

(2)교과서로 준비하는 수능준비

-학생들의 기출분석 및 EBS연계문항 분석에 대한 강의전에 교과서에 있는 문항들만 확실하게 학습한다면 수업을 따라오는 것에 전혀 문제가 없을 것이라고 생각합니다. 시중에 있는 유형별 문제집들은 학생들로 하여금 수학을 단편적인 내용만으로 해결하게 하는 습관을 만들어주는 경향이 많습니다. 그에 반해 여러종류의 교과서문제들을 반복적으로 학습하면 개념을 확인하는 문제부터 사고력을 요구하는 문제들을 유형에 얽매이지 않고 학습하여 실질적인 수학을 접근하는 힘을 기를수 있다고 생각되어집니다.

예제 3 함수 $y=x(2x+3)(3x-1)$ 을 미분하여라.

풀이 $y'=\{x(2x+3)(3x-1)\}'$
 $=(x)'(2x+3)(3x-1)+x(2x+3)'(3x-1)+x(2x+3)(3x-1)'$
 $=1\cdot(2x+3)(3x-1)+x\cdot2\cdot(3x-1)+x(2x+3)\cdot3$
 $=18x^2+14x-3$ **답** $y'=18x^2+14x-3$

문제 3 다음 함수를 미분하여라.

(1) $y=x(x-3)(3x+1)$ (2) $y=(x-1)(x^2+2)(x^2-2x)$

발전 문제 4 함수 $f(x)$ 가 미분가능할 때 곱의 미분법을 이용하여

$$y=[f(x)]^2 \text{ 이면 } y'-2f(x)f'(x)$$

임을 보여라.

<예시. 신사고 미적분 I 예제->기본문제->발전문제 단계별 구성>

표준 문제

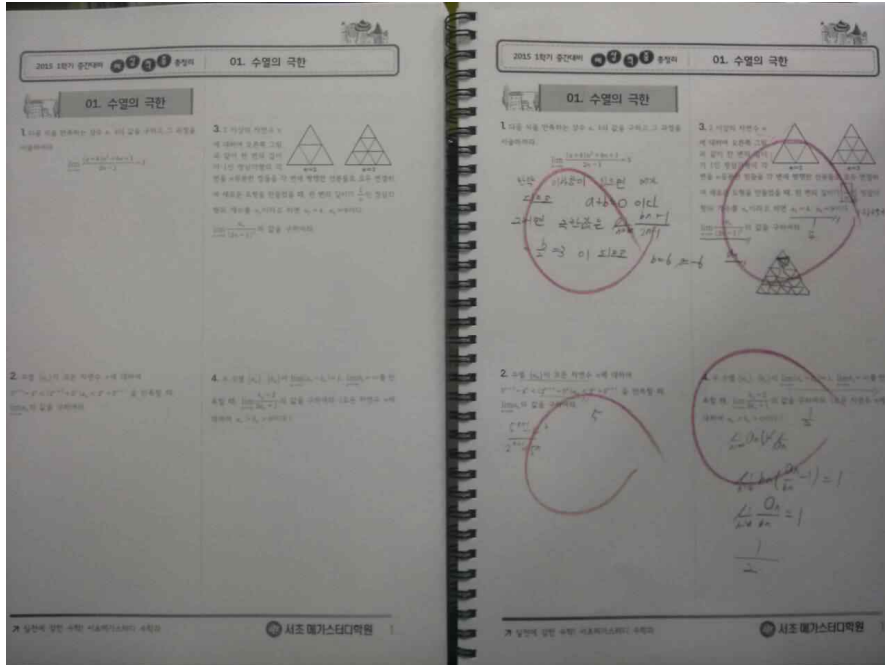
6 함수 $f(x)=x^2+ax+1$ 에서 x 의 값이 -1 에서 2 까지 변할 때의 평균변화율이 3 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

서술형 7 함수 $f(x)=2x^2+x+1$ 에서 x 의 값이 1 에서 3 까지 변할 때의 평균변화율과 $x=a$ 에서의 미분계수가 같을 때, a 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 써라.

<예시. 신사고 미적분 I 표준문제와 서술형 문제>

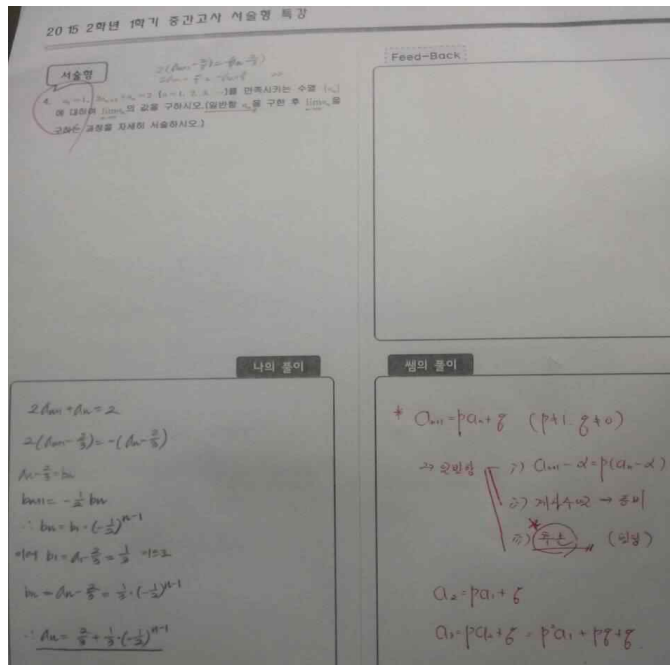
(3) 10종 교과서 문제를 이용한 서초 재학생반 내신대비 사례

① 교과서 문제로 구성되어진 내신대비교재



<예시. 내신대비교재 원본과 학생 스스로 과제해결후 교재>

② 교과서 문제를 이용한 서술형문항 대비



<예시. 교과서 서술형 문제 해결과 교육과정에 맞춘 첨삭과정>

5. 스토리텔링을 통한 수학적외적문제 해결하기

(1) 스토리텔링 학습과 평가의 확대

-현재는 초등학교와 중학교를 대상으로 스토리텔링 학습과 콘텐츠개발이 이루어지고 있지만 향후에는 고등학교에서도 스토리텔링에 대한 학습 및 평가 방안을 구체적으로 준비하고 있습니다. 실제로 내신에서는 서술형 및 논술형 그리고 수행평가로 인한 실생활 연계에 대한 이해를 평가하고 있고 대학입시에서도 난이도를 하향시키고 수학에 대한 내용을 정확하게 이해하고 이를 사회적 현상을 이해하는데 접목시킬 수 있는가를 물어보는 문제들이 출제되고 있습니다. 이러한 부분에 대한 내용의 대부분은 교과서에 수록되어 있는 내용들로 구성되어 있습니다. 또한 수학자의 업적과 수학사에 대한 이야기를 함께 접목시켜서 학습시켜 학습의 효과를 좋게 할 수 있습니다.

꿀벌들의 벌집 짓기에 미분의 원리가?

꿀벌은 밀랍이라는 물질을 분비하여 벌집을 짓는데, 이때 밀랍을 가장 적게 사용하기 위하여 주어진 부피에 대한 겉넓이가 최소가 되도록 한다.

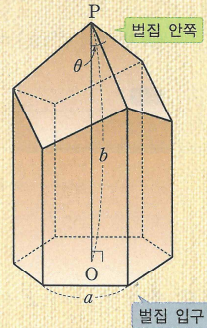
실제로 벌집의 육각기둥형 구조는 이러한 조건을 만족하는데, 벌집을 구성하는 각 방은 오른쪽 그림과 같이 정육각형 모양의 벌집 입구와 사각형 모양의 세 면으로 구성된 벌집 안쪽으로 이루어져 있다.

이때 오른쪽 그림에서 벌집 안쪽의 한 면과 \overline{OP} 가 이루는 각 θ 는 항상 일정한 값을 가진다. 그 이유를 어떻게 설명할 수 있을까?

오른쪽 그림에서 주어진 길이 a , b (a 는 정육각형의 한 변의 길이, b 는 \overline{OP} 의 길이)와 각 θ 를 사용하여 겉넓이 S 를 나타내면 다음과 같다.

$$S = 6ab - \frac{3}{2}a^2 \cot \theta + \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \csc \theta \quad \left(\text{단, } 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

<예시. 비상교육 미적분II 미분법을 통한 실생활 활용>



(2) 교과서를 이용한 수리논술대비

-결국 실생활에 대한 내용들을 수학적으로 정리하면 그것이 대입 논술전형에서 출제되는 문제들이 됩니다. 예전에는 고등학교 교육과정을 출제하는 경우가 더러 있었으나 현행 대입에서는 이를 엄격히 규제하고 있으므로 교과서에 수록되어있는 제시문과 논제만 학습하여도 논술을 지도하는것에 부족함이 없다고 생각되어집니다.

(3) 교과서에 수록된 내용을 이용한 서초 재학생반 수리논술 기본수업 사례

① 교과서속 실생활 예제에 대한 제시문으로 수업진행

생활 속의 수학

힐베르트(Hilbert, D.; 1862~1943)의 호텔

무한히 많은 방을 가진 호텔이 있다고 하자. 이 호텔의 방 번호는 자연수를 이용하여 1호실, 2호실, 3호실, ...로 나타내어져 있다. 어느 날 밤, 한 손님이 호텔을 찾아왔는데, 모든 방에는 이미 손님이 묵고 있었다. 이때, 한 사람도 내보내지 않고 새로 온 손님을 이 호텔에 투숙시킬 수 있을까?

이 문제의 호텔을 '힐베르트의 호텔'이라고 한다.

'새로 온 손님은 1호실에, 1호실의 손님은 2호실에, 2호실의 손님은 3호실에, ...'

이와 같은 방법으로 방을 배정하면 한 사람도 내보내지 않고 새로 온 손님을 투숙시킬 수 있다.

그러면 무한히 많은 손님이 더 오더라도 한 사람도 내보내지 않고 새로 온 손님을 모두 이 호텔에 투숙시킬 수 있을까?

'모든 손님을 현재의 방 번호에 2를 곱하여 나온 번호의 방으로 옮기면 1호실, 3호실, 5호실, ...은 비게 된다.'

즉, 홀수 번호의 방은 모두 비게 되므로 아무리 많은 손님이 오더라도 모두 투숙시킬 수 있게 된다.

이와 같이 무한의 세계에서는 유한의 세계에서 불가능한 일이 가능하게 되는 경우가 있다.

<예시. 천재교육 미적분 I 교과서 함수의 극한-힐베르트 호텔에 대한 제시문>

② 위 제시문으로 수업후 논제에 대한 학생의 수리논술 답안지

2015.03.28
수리논술

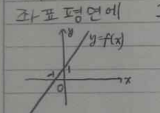
수리 논술 답안지

서초 메가스터디학원

반	이름	신우철
---	----	-----

채점 :

(1) A에서 B로의 함수 $f(n) = n+1$ 에서 $y = f(x) = x+1$ 이라는 함수를 좌표평면에 그리면



왼쪽과 같은 기울기가 1로 일정한 함수이다.

따라서 정의역은 실수관계 R에서 $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ 로 바꾸면

왼쪽과 같은 $A \rightarrow B$ 로 일대일 대응 함수(A의 임의의 원소 x_1, x_2 가 $x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$)를 만족하는 것을 확인할 수 있다.

(2) 무한명의 새로운 투숙객이 호텔에 왔다. 호텔은 이미 가득 차 있으므로 힐베르트는 모든 손님들에게 현재의 방의 번호에 2배를 곱하고, 그 2배를 곱해서 얻어진 홀수의 방으로 가라고 한다.

그렇다면 $\{1, 3, 5, \dots\}$ 의 홀수를 가진 방들이 비었고, 무한명의 투숙객을 줄줄이 첫번째부터 집합 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 에 대응시킨다.

이때, $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 과 $M = \{1, 3, 5, \dots\}$ 는 $M \rightarrow N$ 인 함수 $f(n) = 2n+1$ 이라 할때, 일대일 대응 관계가 성립한다.

따라서 모든 손님들은 홀수의 홀수의 방에 들어갈 수 있다.

<예시. 힐베르트 호텔에 대한 논제 - 서초 재학생반 학생의 답안지>