

5지선다형

1. 좌표공간에서 A(1,2,3), B(3,4,5)가 있다. 선분AB의 길이는? [2점]

- ①  $\sqrt{3}$
- ②  $2\sqrt{3}$
- ③  $3\sqrt{3}$
- ④  $4\sqrt{3}$
- ⑤  $5\sqrt{3}$

2. 좌표공간에서  $x$ 축과 직선  $x = \frac{y}{2} = z$ 가 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{6}$
- ②  $\frac{1}{5}$
- ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{1}{3}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$

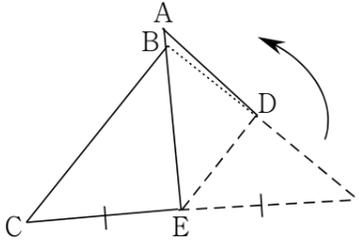
3. 좌표공간에서 점A(3,3,3)와 평면  $4x+5y+2z=3$  사이의 거리는?  
[2점]

- ①  $\sqrt{3}$
- ②  $2\sqrt{3}$
- ③  $2\sqrt{5}$
- ④  $2\sqrt{6}$
- ⑤  $3\sqrt{5}$

4. 좌표공간에서 두 점A(4,3,1), B(-3,0,2)가 있다. 원점을 O라 할 때,  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 의 값은? [2점]

- ① -10
- ② -9
- ③ -8
- ④ 6
- ⑤ 4

5. 그림과 같이 정삼각형ABC 모양의 종이가 있다. 두 변AB, CA의 중점을 각각 D, E라 할 때,  $\overline{EA} \perp \overline{CE}$ 를 만족시키도록 선분DE를 접는 선으로 하여 그림처럼 접어올린다. 이 때, 두 평면ACE, ADE가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\cos^2\theta$ 의 값은? (단, 종이의 두께는 무시한다.) [3점]

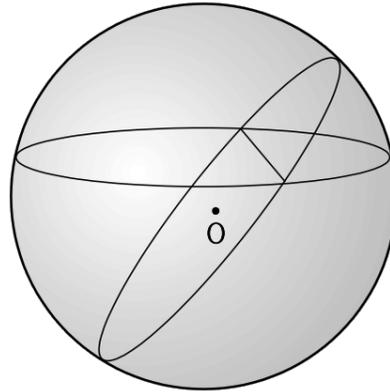


- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{5}$     ⑤  $\frac{1}{6}$

6. 좌표공간에서 직선  $\frac{x-2}{3} = y = \frac{z-1}{4}$ 이 평면  $2x - 3y - z = 4$ 와 만나는 교점을 A라 할 때, 원점과 점A 사이의 거리는? [3점]

- ① 3    ②  $\sqrt{10}$     ③  $\sqrt{11}$     ④  $2\sqrt{3}$     ⑤  $\sqrt{13}$

7. 중심이 O이고 반지름의 길이가 2인 구가 점O로부터 거리가 1인 평면과 만나서 생기는 원을 C라 하자. 점O를 지나는 평면 $\alpha$ 가 원C의 둘레와 만나서 생기는 두 교점 사이의 거리가  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ 이다. 원C의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영의 넓이는? [3점]

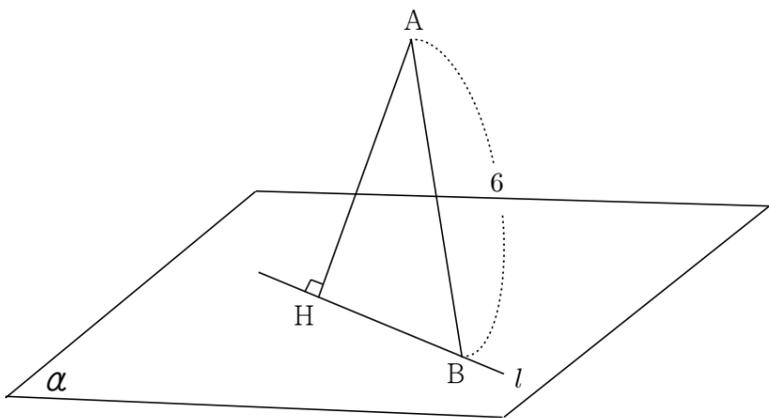


- ①  $\frac{\pi}{3}$     ②  $\frac{\pi}{2}$     ③  $\frac{2}{3}\pi$     ④  $\pi$     ⑤  $\frac{3}{2}\pi$

8. 좌표공간에서 점  $A(4, 3, \sqrt{2})$ 와 중심인  $C$ 인 구  $x^2 + (y+2)^2 + (z + \sqrt{2})^2 = 4$ 가 있다. 구와 선분  $CA$ 의 교점을  $B$ 라 할 때,  $\overline{OB}^2$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

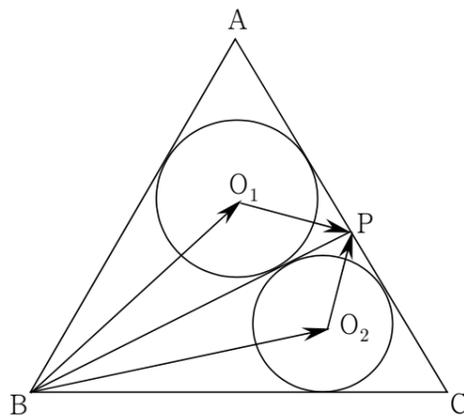
- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④ 4      ⑤  $\frac{5}{2}$

9. 그림과 같이 평면  $\alpha$ 로부터의 거리가 4인 점  $A$ 와 평면  $\alpha$  위의 직선  $l$ 이 있다. 직선  $l$  위의 한 점  $B$ 와 점  $A$  사이의 거리가 6이고, 점  $A$ 에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 할 때 삼각형  $ABH$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는  $\frac{3\sqrt{11}}{2}$ 이다. 평면  $ABH$ 가 평면  $\alpha$ 와 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta$ 의 값은? (단,  $\overline{BH} > 3$ ) [3점]



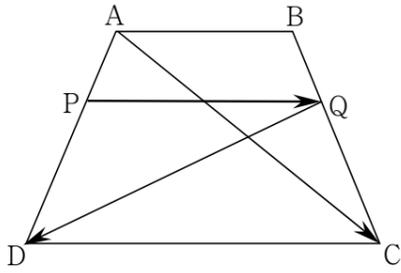
- ①  $\frac{7}{12}$       ②  $\frac{11}{27}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{8}$       ⑤  $\frac{9}{25}$

10. 정삼각형  $ABC$ 의 한 변  $CA$  위의 한 점  $P$ 에 대하여 그림과 같이 삼각형  $PAB, PBC$ 에 내접하는 두 원의 중심을 각각  $O_1, O_2$ 라 하자. 점  $P$ 가  $\overrightarrow{O_1P} \cdot \overrightarrow{O_2P} + \overrightarrow{BO_1} \cdot \overrightarrow{BO_2} = 3$ 을 만족시킬 때, 삼각형  $O_1O_2B$ 의 넓이는? (단, 점  $P$ 는 두 점  $C, A$  위에 있지 않다.) [3점]



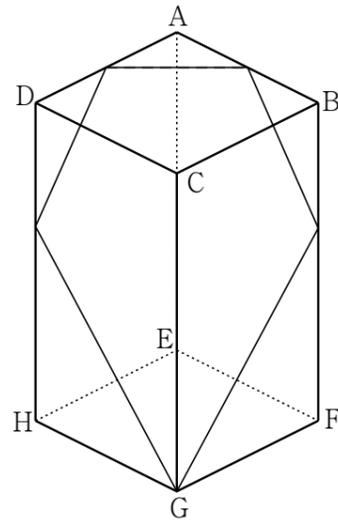
- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ⑤ 2

11. 그림과 같이  $\overline{AB}=3, \overline{CD}=6$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 선분 CA, BD의 교점을 지나고 변 CD와 평행한 직선이 두 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때,  $\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{QD})$ 의 값은? [3점]



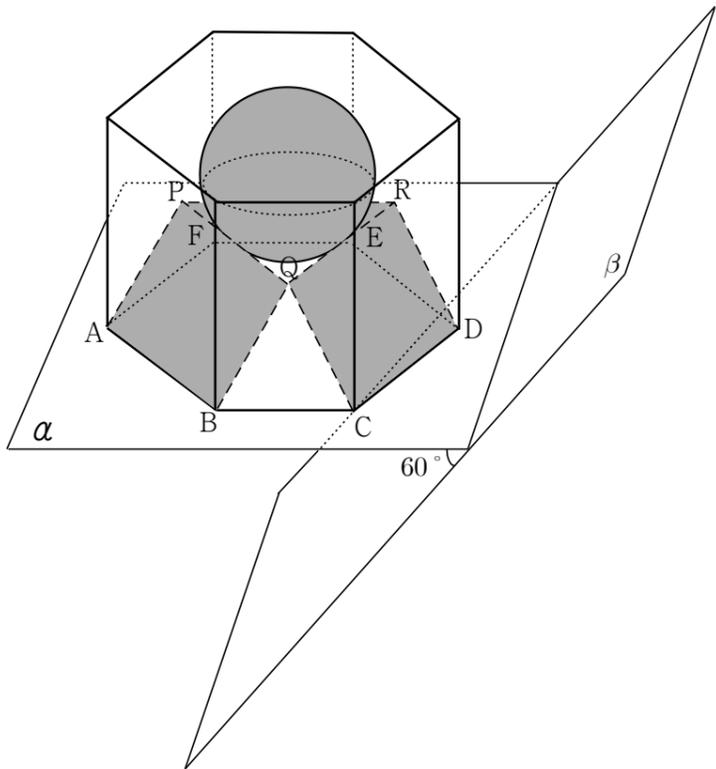
- ① 24
- ② 30
- ③ 32
- ④ 38
- ⑤ 40

12. 그림과 같이  $\overline{AB}=\overline{BC}=2$ 인 직육면체 ABCD-EFGH가 있다. 점 G와 두 모서리의 AB, AD의 중점을 모두 포함하는 평면이 직육면체와 만나서 생기는 도형의 둘레의 길이가  $7\sqrt{2}$ 이다. 이 도형의 평면 BDG 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{12\sqrt{33}}{5}$
- ②  $\frac{13\sqrt{7}}{3}$
- ③  $\frac{14\sqrt{22}}{11}$
- ④  $\frac{7\sqrt{11}}{11}$
- ⑤  $\frac{10\sqrt{22}}{11}$

[13~14] 그림과 같이 평면  $\alpha$  위의 한 변의 길이가 6인 정육각형 ABCDEF를 밑면으로 하는 정육각기둥이 있다. 반지름의 길이가  $\sqrt{6}$ 인 구가 정사각형 PQBA, QRDC, RPFE의 세 변 PQ, QR, RP와 접하고, 평면  $\alpha$ 와 평행한 육각기둥의 밑면과 접할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, 육각기둥의 옆면은 모두 직사각형이다.)



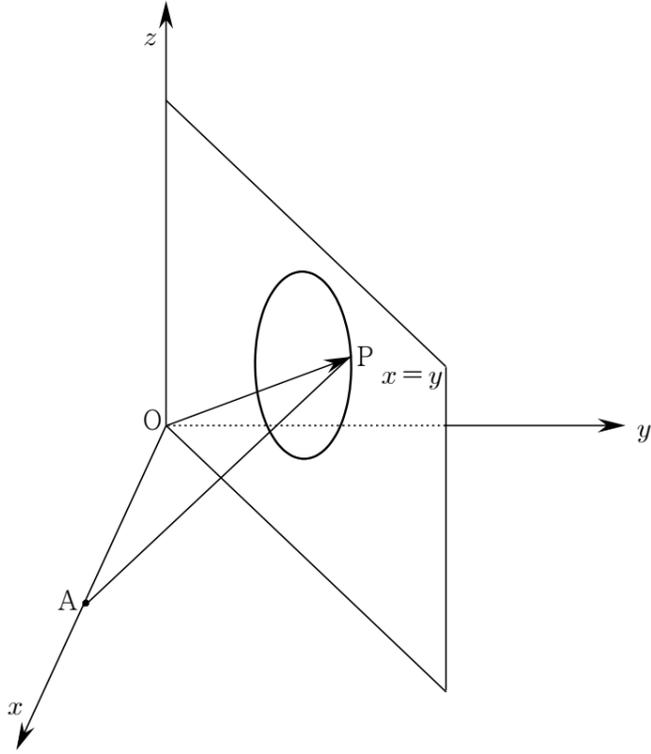
13. 육각기둥의 높이는? [3점]

- ①  $3\sqrt{6} + \sqrt{3}$       ②  $2\sqrt{6} + 3$       ③  $4 + 2\sqrt{3}$
- ④  $4 + 3\sqrt{2}$       ⑤  $3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$

14. 위의 그림과 같이 평면  $\alpha$ 와  $60^\circ$ 의 각을 이루는 평면을  $\beta$ 라 하자. 태양광선이 평면  $\alpha$ 에 수직으로 비출 때, 구와 세 정사각형 PQBA, QRDC, RPFE에 의해 평면  $\beta$ 위에 생기는 그림자의 넓이는?  
(단, 육각기둥의 모든 면은 투명하다.) [4점]

- ①  $\frac{3}{2}\pi + 48 + 4\sqrt{3}$       ②  $6\pi + 12 + 72\sqrt{3}$       ③  $6\pi + 12 + 48\sqrt{6}$
- ④  $3\pi + 24 + 8\sqrt{3}$       ⑤  $3\pi + 18 + 72\sqrt{3}$

[15~16] 좌표공간에서 두 점  $O(0,0,0)$ ,  $A(4,0,0)$ 와  
 구  $S: (x-2\sqrt{2})^2 + (y-2\sqrt{2})^2 + (z-4)^2 = 4$  가 있다. 구  $S$  가 평면  
 $x=y$ 와 만나서 생기는 원을  $C$  라 하고, 원  $C$  위를 움직이는 점을  
 $P$  라 할 때, 15번과 16번의 물음에 답하시오.



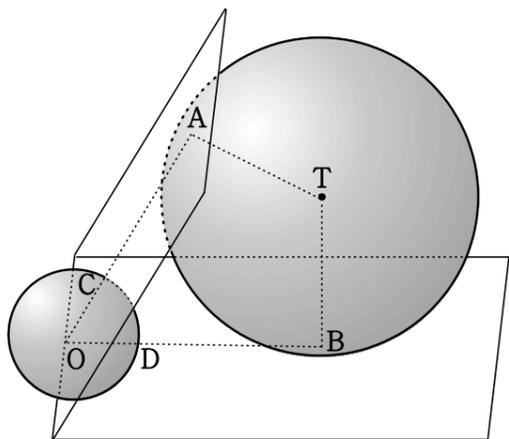
15. 평면  $x+y+z=3$ 가 평면  $OAP$ 가 만나서 생기는 교선을  $l_1$ ,  
 점  $P$ 와  $y$ 축을 포함하는 평면과 만나서 생기는 교선을  $l_2$ 라 하자.  
 두 직선  $l_1, l_2$ 이 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta$  값이  
 최대가 되도록 하는 점  $P$ 를  $X$ 라 하자.  $|\overline{OX}|^2$ 의 값은? [4점]

- ① 25
- ② 26
- ③ 27
- ④ 28
- ⑤ 30

16. 구  $S$ 의 평면  $OAP$  위로의 정사영을  $S'$ 라 할 때, 도형  $S'$ 의 점  $P$ 와  
 $y$ 축을 포함하는 평면 위로의 정사영의 넓이가 최소가 되도록 하는  
 점  $P$ 를  $Y$ 라 하자. 점  $Y$ 와  $xy$ 평면 사이의 거리는? [4점]

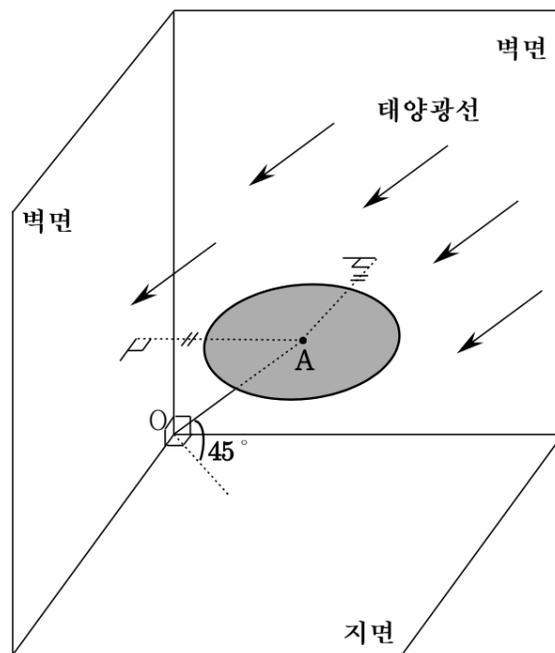
- ①  $\sqrt{3}+2$
- ②  $\frac{7+\sqrt{7}}{2}$
- ③  $\frac{\sqrt{7}}{2}+2$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}+2$
- ⑤  $\frac{\sqrt{7}}{4}+1$

17. 좌표공간에서 중심이 각각  $O, T$ 인 두 구  $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $S_2 : x^2 + (y-a)^2 + (z-3)^2 = 9$ 가 있다. 구  $S_2$ 가  $x$ 축을 포함하는 서로 다른 두 평면과 각각 점  $A, B$ 에서 접하고, 구  $S_1$ 이 두 선분  $OA, OB$ 와 만나는 교점을 각각  $C, D$ 라 하자.  $x$ 축과 평행한 두 평면  $\alpha, \beta$ 에 대하여 평면  $\alpha$ 는 선분  $TC$ 를 포함하고, 평면  $\beta$ 는 선분  $TD$ 를 포함한다.  $\overline{CA} = 3$  일 때, 구  $S_1$ 이 두 평면  $\alpha, \beta$ 와 만나서 생기는 원의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 넓이의 합은? (단,  $a$ 는 상수이고,  $\overline{OT} > 4$ ) [4점]



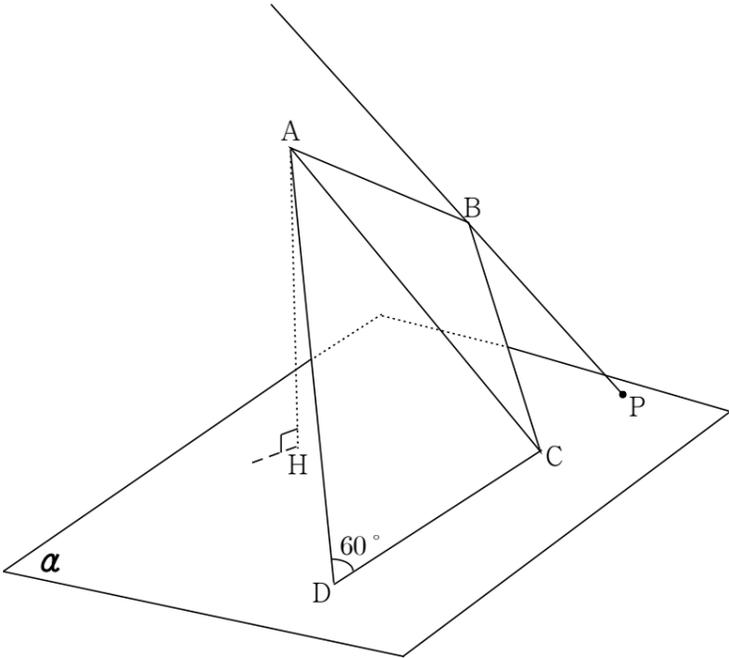
- ①  $\frac{6\sqrt{2}}{25}\pi$
- ②  $\frac{12\sqrt{2}}{25}\pi$
- ③  $\frac{7}{3}\pi$
- ④  $\frac{14\sqrt{2}}{25}\pi$
- ⑤  $\frac{28\sqrt{2}}{25}\pi$

18. 그림과 같이 서로 수직인 두 벽면의 교선이 점  $O$ 에서 지면과 직교하고 있다. 중심이  $A$ 이고 반지름의 길이가 2인 원판이 지면과 평행하다. 두 벽면으로부터 점  $A$ 에 이르는 거리가 서로 같고, 직선  $OA$ 가 지면과  $45^\circ$ 의 각을 이루고 있다. 태양광선이 직선  $OA$ 와 평행한 방향으로 비출 때, 원판에 의하여 두 벽면과 지면에 생기는 그림자의 넓이의 합은? [4점]



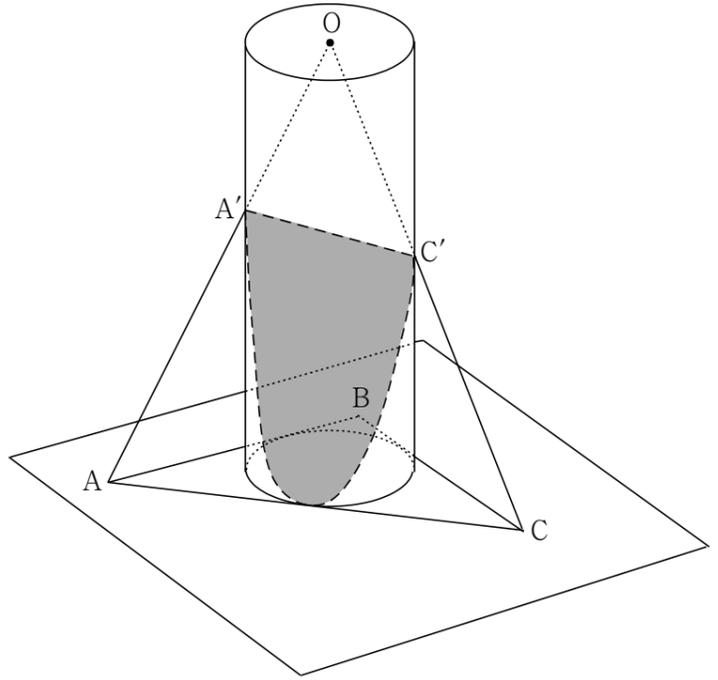
- ①  $(2 + \sqrt{2})\pi$
- ②  $(2\sqrt{3} + 1)\pi$
- ③  $(2\sqrt{2} + 1)\pi$
- ④  $(3\sqrt{2} + \frac{1}{2})\pi$
- ⑤  $(3\sqrt{2} + 1)\pi$

19. 그림과 같이  $\overline{AD}=8$ ,  $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$ 이고, 넓이가  $14\sqrt{3}$ 인 사각형 ABCD가 평면  $\alpha$ 와 변 CD를 공유하고, 점 B를 지나고 선분 CA와 평행한 직선과 평면  $\alpha$ 와의 교점을 P, 점 A의 평면  $\alpha$ 위로의 정사영을 H라 할 때, 점 P가  $\overline{PH}=5$ ,  $\overline{PC}=2$ 를 만족시킨다. 삼각형 ABC의 두 평면  $\alpha$ , ADH 위로의 정사영의 넓이를 각각  $a, b$ 라 할 때  $a+b$ 의 값은?  
(단, 점 P는 선분 CD외부에 있다.) [4점]



- ①  $4\sqrt{2}$
- ②  $4+2\sqrt{2}$
- ③ 8
- ④  $4+2\sqrt{3}$
- ⑤  $4+\sqrt{3}$

20. 그림과 같이 밑면의 둘레가  $\overline{AB}=4, \overline{BC}=3$ ,  $\angle B=90^\circ$ 인 삼각형 ABC에 내접하고, 높이가  $3\sqrt{7}$ 인 직원기둥이 평면 ABC 위에 놓여있다. 원기둥의 평면 ABC와 평행한 밑면의 중심을 O라 하고, 두 선분 OA, OC가 원기둥의 옆면과 만나는 두 점을 각각 A', C'라 하자. 선분 CA위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OP가 원기둥의 옆면과 만나는 점을 Q라 할 때, 점 Q가 그리는 곡선과 선분 C'A'으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{3}{2}\pi - 3\sqrt{2}$
- ②  $2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$
- ③  $4\pi - 2\sqrt{3}\pi$
- ④  $3\pi - 2\sqrt{2}$
- ⑤  $2\pi - \sqrt{3}$

21. 좌표공간에서 평면  $x+y+z=3$  위의 점 P가  $|\overline{OP}|=2$ 를 만족시키도록 움직인다. 중심이 P이고 반지름의 길이가 20인 구가 5개의 평면  $x=0, y=0, z=0, y+z=0, y-z=0$ 과 만나서 생기는 각 도형의 넓이의 합이 최대가 될 때의 점 P의  $z$ 좌표는?

(단, 0는 원점이다.) [4점]

①  $2 - \frac{\sqrt{2}}{3}$

②  $3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

③  $1 - \frac{\sqrt{6}}{6}$

④  $\sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

⑤  $\frac{2\sqrt{6}}{3} - 1$

단답형

22. 좌표공간에서 직선  $x-2=\frac{y}{2}=z$ 가  $xy$ 평면과 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $60\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표공간에서 양의 상수  $a$ 에 대하여 두 점  $A(a+2, 1, a), B(a, 2, 2a)$ 가 있다. 선분 AB의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 길이는  $a$ 이다.

$\overline{AB}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔P-ABCD가 있다. 두 선분 PA, PC의 중점을 각각  $M_1, M_2$ 이라 할 때, 두 평면  $M_1M_2B, M_1M_2D$ 가 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $100\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

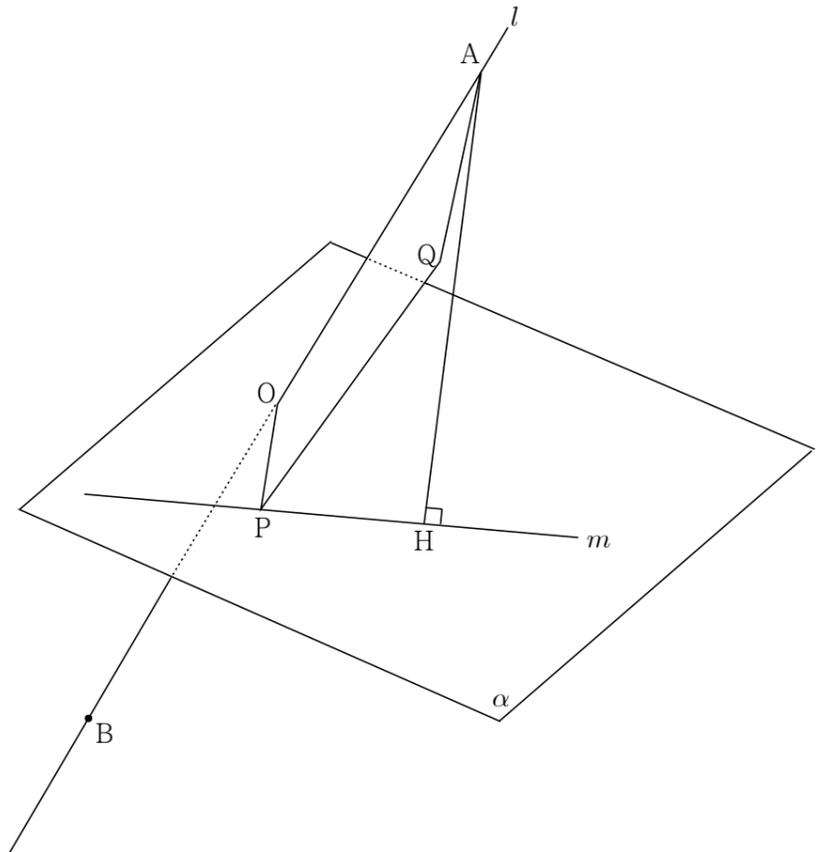
25. 한 모서리의 길이가 6인 정사면체ABCD에서  $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}|^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 서로 다른 두 점A,B를 지나는 직선  $l$ 이 평면  $\alpha$ 와 만나는 점을 O라 하고, 점A에서 평면 $\alpha$ 와  $\alpha$ 위의 직선 $m$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A', H$ 라 하자. 점B와 직선 $m$ 을 포함하는 평면을  $\beta$ 라 할 때, 두 점 A,B가 다음조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{OA} = \overline{OB} = 2\sqrt{6}$
- (나)  $\overline{AA'} = 4, \overline{AH} = 4\sqrt{2}$
- (다) 점B의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영은 직선  $m$ 위에 있다.

두 점O,A의 평면 $\beta$ 위로의 정사영을 각각 P,Q라 할 때, 사각형OPQA의 평면ABH 위로의 정사영의 넓이는  $s$ 이다.  $\frac{s^2}{2}$ 의 값을 구하시오.

[4점]



27. 좌표공간에서 중심이 T인 구  $x^2 + (y - 4\sqrt{2})^2 + (z - 3\sqrt{2})^2 = 50$ 가 평면  $y = z$ 와 만나서 생기는 원을 C라 하고, 점  $A(0, 0, -\sqrt{2})$ 가 있다. 원C 위의 서로 다른 두 점P, Q와 구 위의 서로 다른 두 점 R, S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $|\overline{PR}| = |\overline{QS}| = 10\sqrt{2}$

(나) 직선RS는 평면  $z = 4\sqrt{2}$ 와 평행하다.

(다)  $4 \leq \overline{OA} \cdot \overline{TR} \leq 7, 4 \leq \overline{OA} \cdot \overline{TS} \leq 7$

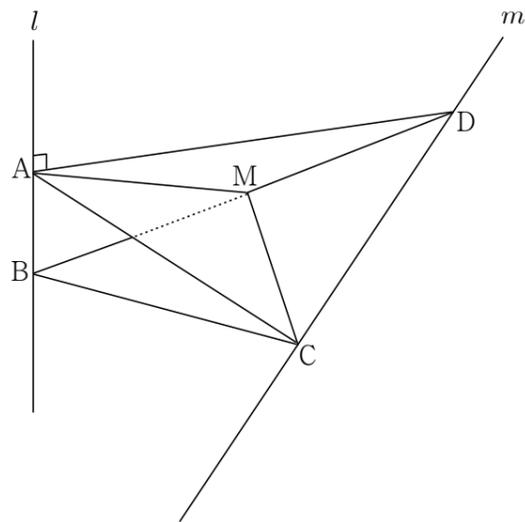
사각형PQRS의 넓이의 최댓값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

28. 그림과 같이 꼬인 위치인 두 직선  $l, m$ 사이의 거리가 4일 때, 직선  $l$  위의 두 점A, B와 직선  $m$  위의 두 점C, D가 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $l \perp \overline{AD}, \overline{AD} = 6$

(나)  $\overline{AB} = 2, \overline{BC} = 4$

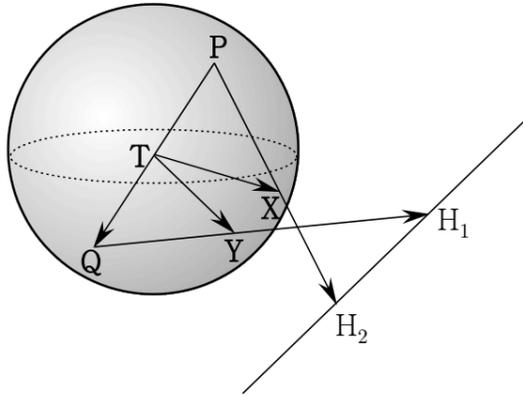
선분BD의 중점을 M이라고 하자. 두 평면AMC, BCD가 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $36\sin^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



[29~30] 좌표공간에서 중심이 T인 구  $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 3$  위의 두 점 P, Q에서 x축에 내린 수선의 발을 각각  $H_1, H_2$  라 하자. 두 점 P, Q가

$$|\overrightarrow{PQ}| = 2\sqrt{3}, \quad \overrightarrow{PH_2} \cdot \overrightarrow{QH_1} = 0$$

을 만족시키면서 움직일 때, 29번과 30번의 두 물음에 답하시오.



29. 점P의 평면QH<sub>1</sub>H<sub>2</sub>위로의 정사영을 P'라 하고, 사각뿔 P-P'QH<sub>2</sub>H<sub>1</sub>가 xy평면과 만나서 생기는 도형의 넓이를 a라 하자.  $|\overrightarrow{P'Q}| = |\overrightarrow{H_1H_2}|$ 일 때의  $6a^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $|\overrightarrow{PH_1}| > |\overrightarrow{QH_2}|$ ) [4점]

30. 벡터  $\overrightarrow{XY}$ 가  $\overrightarrow{XY} \cdot \overrightarrow{PH_2} = 0$ 을 만족하는 동시에  $\overrightarrow{XY} \cdot \overrightarrow{QH_1} = 0$ 을 만족시키도록 직선 PH<sub>2</sub>위의 한 점 X와, 직선QH<sub>1</sub>위의 한 점 Y를 잡는다.  $6|\overrightarrow{TX} + \overrightarrow{TY}|$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]