

87min / 100

제 2 교시

2025학년도 강철중 X 설맞이 모의고사 문제지

수학 영역

짜수형

성명		수험 번호					-			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

내일 걱정 하나 없이 웃게 되는 그런 날

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짜수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- 공통과목 1~8 쪽
 - 선택과목
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

제 2 교시

수학 영역

짝수형

5지선다형

1. $8^{-\frac{1}{4}} \times \sqrt[4]{32}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

$2^{-\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{5}{4}} = 2$

3. 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$a_1 + a_3 + a_5 = 9$ ~~2~~ $+ 3a_4 + 9$ ~~6~~

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

$3a_4 = 10$
 $= 3(4-4)$
 $= 3(4-12)$

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+2}{x-2}$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$2^3 - 2(2)^2 - 2 = 8 - 8 - 2 = -2$

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=2$, $f'(1)=4$ 일 때, 함수 $f(x) \times (3x^2 - 2)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수는? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$f'(1) + 6f(1) = 4 + 12 = 16$

5. $\int_0^k (6x^2 + 3kx + k^2) dx = \frac{36}{k}$ 을 만족시키는 실수 k 의 값은?

[3점]

- ① $\sqrt[3]{3}$ ② $\sqrt[3]{4}$ ③ $\sqrt[3]{5}$ ④ $\sqrt[3]{6}$ ⑤ $\sqrt[3]{7}$

$2x^2 + k^2 = 0$
 $= 2k^2 = 18$

7. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 4$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선과
 곡선 $y = x^2 + bx + c$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 서로
 수직일 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $4 - b + c$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{25}{3}$ ② $\frac{23}{3}$ ③ 7 ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{17}{3}$

$2x^2$ $2x^2$ $\frac{b+12}{3}$
 $\frac{1}{3} = b+2 \rightarrow b = -\frac{5}{3}$
 $1 - \frac{5}{3} + c = 2$
 $c = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

6. $\tan^2 \theta + 3 \tan \theta + 1 = 0$ 일 때, $(\sin \theta - \cos \theta)^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$1 - 2\sin\theta\cos\theta = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

$\sin\theta = -\frac{1}{3}$

$\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = 0$

8. $a_2=9$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n+4\}$ 가 공비가 4인 등비수열일 때, a_3 의 값은?

[3점]

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

$S_2 - 4 = 9$

$S_n + 4 = k \cdot 4^n$

$S_2 - S_1 = 16k - 4k = 12k = 9$

$k = \frac{3}{4}$

$S_3 = S_3 - S_2 = \frac{3}{4}(64 - 16) = 36$

9. 함수 $f(x) = ax(x-2)(x-3)$ 과 함수

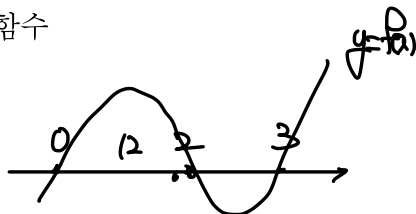
$$g(x) = \begin{cases} x & (x < 0) \\ 2x & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여

$$\int_0^3 g(f(x)) dx = \int_0^3 f(x) dx + 12$$

일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 4 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{5}{2}$



$2 \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + 12$

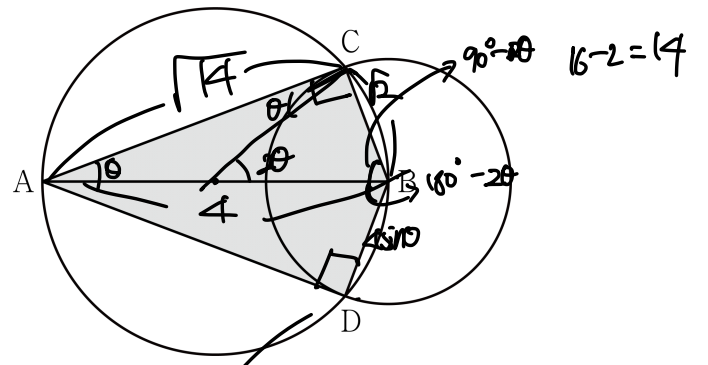
$\frac{a}{2} \times \frac{4}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right) = 12$

$a = \frac{12}{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}} = \frac{27}{2}$

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 점 B를 중심으로 하는 원이 두 점 C, D에서 만난다.

점 D를 포함하지 않는 호 AC의 길이를 l 이라 하고, 점 B를 중심으로 하고 중심각의 크기가 π 보다 작은 부채꼴 BCD의 넓이를 S 라 하자.

$2S=l$ 일 때, 사각형 ADBC의 넓이는? [4점]



- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

$2S = \frac{1}{2} \times (6 \sin^2 \theta) \times (\pi - 2\theta)$

$l = 2(\pi - 2\theta)$

$\sin^2 \theta = \frac{1}{8} \rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^4 - 3t^3 + t^2 + 8$$

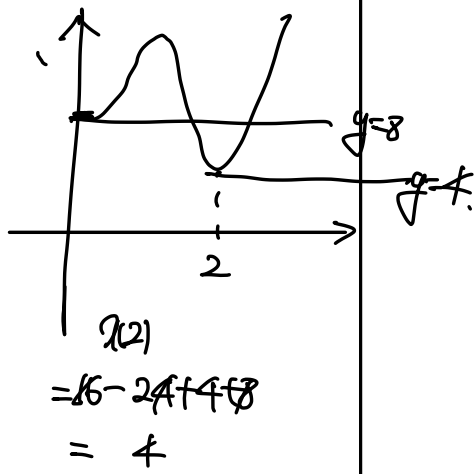
이다. 모든 시각 t 에서 다음 조건을 만족시키며 수직선 위를 움직이는 점 Q가 존재하도록 하는 정수 k 의 최댓값은? [4점]

- (가) 두 점 P, Q의 좌표의 합은 k 이다.
 (나) 두 점 P, Q는 만나지 않는다.

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$g(x) > \frac{k}{2}$ Always
 $\Rightarrow g(t) = 4t^3 - 9t^2 + 5t$
 $= t(4t^2 - 9t + 5)$

4	-	1
1	-	2



$k=7$

12. $|f(0) - g(0)| = 1$ 인 두 일차함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 부등식

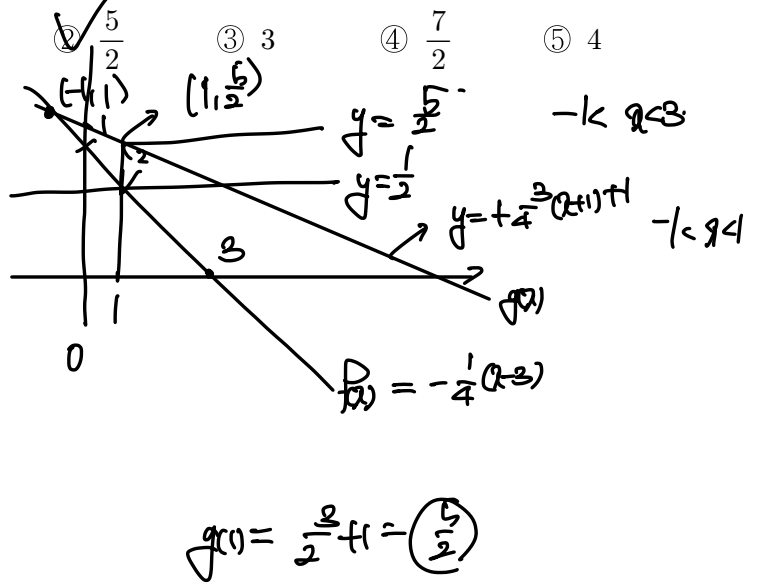
$$\log_2 f(x) < \log_2 g(x)$$

의 해가 $-1 < x < 3$ 이고, 부등식

$$\log_{\frac{1}{4}}(2f(x)-1) > \log_{\frac{1}{4}}(2g(x)-1)$$

의 해가 $-1 < x < 1$ 일 때, $g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



13. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x) - 6x$ 의 한 부정적분이 $g'(x)$ 이다.
 (나) 함수 $f(x) + g(x)$ 의 한 부정적분이 $xg(x)$ 이다.

$f(1) = g(1)$ 일 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

(가) $f(x) - 6x = g'(x)$

(나) $f(x) + g(x) = xg(x)$ $g'(x) = g'(1) = 6$

$f(x) = g(x)$

$g(x) = \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{2}$

$g(3) = 9 + \frac{27}{2} = \frac{45}{2}$ (r=24)

$f(x) - 6x = g'(x)$

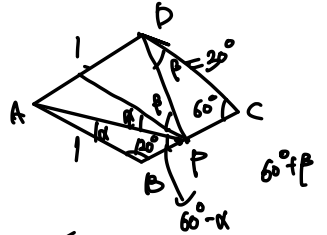
$(2-1)g(x) = 3x^2 - 6 \rightarrow g(x) = 3x^2 - 3$

14. 한 변의 길이가 1이고 $\angle ABC = \frac{2}{3}\pi$ 인 마름모 ABCD가 있다. 선분 BC 위의 점 P에 대하여 두 삼각형 ABP, ADP의 외접원의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자.

$\frac{\pi}{4} \times (S_1 + S_2) = S_1 S_2$

일 때, 선분 AP의 길이는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$



$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4+4+2}{4} = \frac{10}{4}$

$l = 2R_1 \sin(\alpha + \beta)$

$l = 2R_2 \sin(60^\circ - \alpha)$

$S_1 = \frac{l^2}{4 \sin^2(\alpha + \beta)}$

$S_2 = \frac{\pi}{4 \sin^2(60^\circ - \alpha)}$

$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{S_1} \cdot \frac{1}{S_2} = \frac{4}{\pi}$

$\frac{4 \sin^2(\alpha + \beta) + 4 \sin^2(60^\circ - \alpha)}{\pi}$

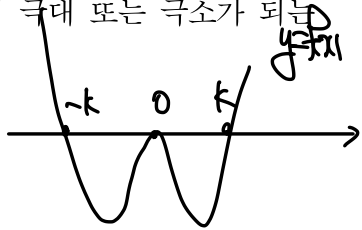
$90^\circ - (\alpha + \beta) = 60^\circ - \alpha$
 $= 90^\circ - \alpha - \beta$

$\beta = 30^\circ$

15. 함수 $f(x) = \frac{x^4 - k^2x^2}{16}$ 과 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를
 $g(x) = |f(x)| - tx$

라 하고, 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되는
 실수 a 의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

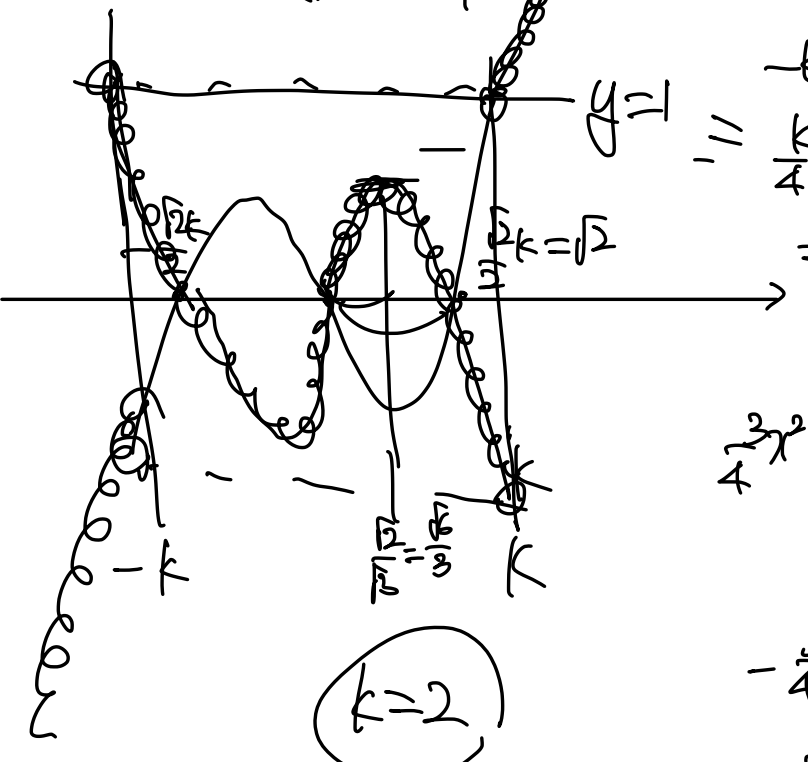
$\lim_{t \rightarrow 1^+} h(t) < 2 < \lim_{t \rightarrow 1^-} h(t)$



일 때, 함수 $h(t)$ 가 $t=b$ 에서 불연속인 모든 실수 b 의 값의
 곱은? (단, k 는 $k > 0$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

$g(x) = \begin{cases} (x-k) \left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{k^2}{8}x \right) & x > k \\ (-k \leq x \leq k) - tx & -k \leq x \leq k \\ (x+k) \left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{k^2}{8}x \right) & x < -k \end{cases}$



단답형

16. 방정식 $\log_9(x-1) = \log_9(3x+1)$ 을 만족시키는 실수 x 의
 값을 구하시오. [3점]

$x^2 - 2x + 1 = 3x + 1$

$x = 5$

$k=2$
 $-\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6} - \sqrt{6}}{18} = \frac{\sqrt{6}}{18} = \frac{\sqrt{6}}{9}$
 $h(-) = 3$
 $h(+1) = 1$
 $\frac{\sqrt{6}}{9} = \frac{2}{9}$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 6x$ 이고 $f(0) = 4$ 일 때,
 $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = x^4 - 3x^2 + 4$

$f(2) = 16 - 12 + 4 = 8$

$-\frac{3}{4}x^2 + \frac{k^2}{8} = 0$
 $x^2 = \frac{k^2}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{k^2}{6}$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (2a_k - k^2) = 15, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 70$$

일 때, $\sum_{k=6}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^5 (2a_k - k^2) = 15$$

$$\frac{2 \times 5 \times 5}{2} - \frac{5 \times 5 \times 11}{6} = \frac{5}{2} = 25$$

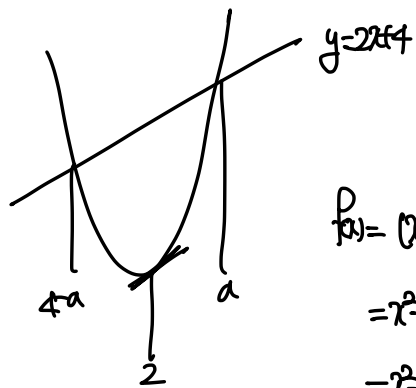
35

19. 최고차항의 계수가 1이고 최솟값이 -9 인 이차함수 $f(x)$ 와 상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 4-a \text{ 또는 } x > a) \\ 2x+4 & (4-a \leq x \leq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오.

[3점]



$$f(x) = (x-2)^2 + 2x + 4$$

$$= x^2 - 4x + 4 + 2x + 4$$

$$= x^2 - 2x + 8$$

$$= (x-1)^2 - 9$$

$$f(8) = 49 - 9 = 40$$

20. 실수 k 가 두 자연수 $m(m < 1000)$, $n(n > 10)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{m+n}{k}$ 의 값을 구하시오. [4점]

k 는 $\frac{2^{15}}{m}$ 의 세제곱근이고 $m \times 2^{15}$ 의 n 제곱근이다.

$$k^3 = \frac{2^{15}}{m}$$

$$k^n = m \times 2^{15}$$

$$\Rightarrow k^{n+3} = 2^{30}$$

$$n+3=15, k^{15}=2^{30}$$

$$\downarrow$$

$$n=12, k=4$$

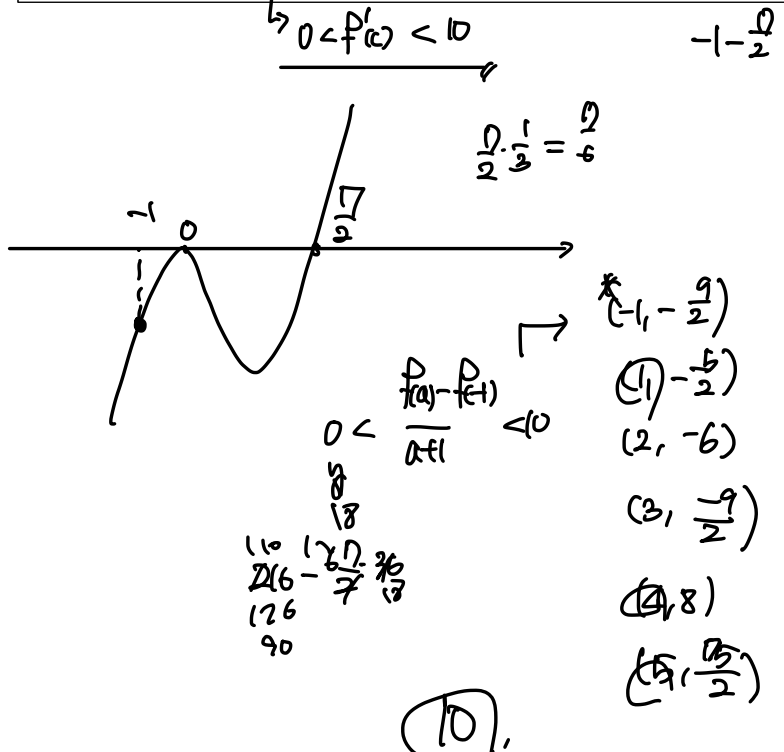
$$64 = \frac{2^{15}}{m}$$

$$m = \frac{2^{15}}{2^6} = 2^9 = 512$$

$$\therefore \frac{1+12}{4} = 13$$

21. 함수 $f(x) = x^3 - \frac{7}{2}x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 -1 부터 a 까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(c)$ 의 값이 같게 되도록 하는 $-1 < c < 0$ 인 실수 c 가 존재한다.



22. 좌표평면 위에 자연수 $k(k > 1)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P_n 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여 두 점 P_{2n-1}, P_{2n} 의 x 좌표는 각각 $-k, k$ 이고, 직선 $P_n P_{n+1}$ 의 기울기는 n 이다.

점 P_1 의 y 좌표가 0이고, 어떤 자연수 m 에 대하여 두 직선 $P_m P_{m+1}, P_{m+3} P_{m+4}$ 의 교점의 y 좌표가 6 일 때, $k+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

$P_{2n-1}(-k, a_{2n-1})$
 $P_{2n}(k, a_{2n})$
 $a_1 = 0$
 $a_{2n} - a_{2n-1} = 4kn - 2k$
 $a_{2n} - a_{2n-1} = 4kn$
 $-a_{2n-1} + a_{2n} = -2k$
 $\Rightarrow a_{2n} = a_{2n-1} - 2k$
 $a_{2n-1} = -2k(n-1)$
 $a_{2n} = 2kn$
 $P_{2p-1}(-k, 2k(p-1))$
 $P_{2p}(k, 2kp)$
 $P_{2p+1}(-k, -2kp)$
 $P_{2p+2}(k, 2kp+4k)$
 $y = 2pk$
 $y = (2p+3)(x-k) + 2kp+4k$
 $3x = k$
 $x = \frac{k}{3}$
 $(2p+3)x - \frac{k}{3} + k = -2kp - 2k$
 $(2p+3) \cdot \frac{k}{3} - \frac{k}{3} + k = -2kp - 2k$
 $\frac{2pk}{3} = -6$

$i) m=2p-1$
 $P_{2p-1}(-k, a_{2p-1})$
 $P_{2p}(k, 2kp)$
 $P_{2p+1}(-k, -2kp)$
 $P_{2p+2}(k, 2kp+4k)$
 $y = (2p-0)(x-k) + 2kp$
 $= (2p-0)x - 2kp + 2kp$
 $4kp - 2k = 2p - 1$
 $2k(2p-1) = 2p-1$
 $2k = 1$
 $3x = k$
 $x = \frac{k}{3}$
 $\frac{k}{3} = \frac{2(p-1)}{3}$
 $k(p-1) = 6 \cdot \frac{2}{3} = 9$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

$k=3, p=2$
 $m=3$

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

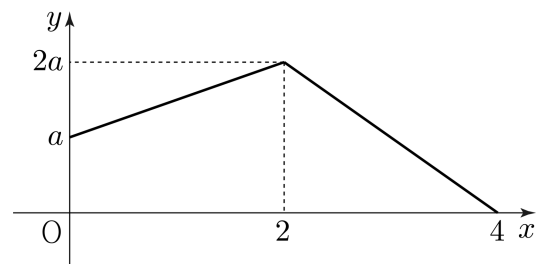
짜수형

5지선다형

23. 다항식 $(x^2 - 2)^6$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [2점]

- ① -200 ② -160 ③ -120 ④ -80 ⑤ -40

24. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

25. 흰 공 5개와 검은 공 3개를 임의로 일렬로 나열할 때, 검은 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

26. 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E에게 같은 종류의 공책 20권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- (가) 학생 A는 학생 B보다 공책을 8권 더 많이 받는다.
(나) 세 학생 C, D, E는 모두 학생 B보다 공책을 더 많이 받는다.

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

27. 정규분포 $N(m, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자.

$$P(\bar{X} \leq m) = m,$$

$$P(\bar{X} \geq \sqrt{n}) = 0.0668$$

일 때, $m \times n$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

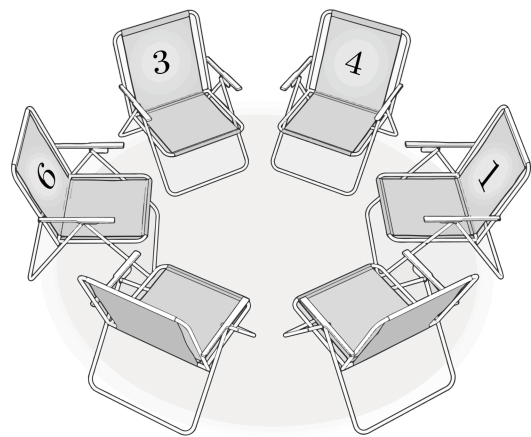
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① $\frac{9}{2}$ ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 18 ⑤ $\frac{49}{2}$

28. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8개의 의자 중 1이 적힌 의자를 포함하여 6개를 택해 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 배열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

서로 이웃한 2개의 의자에 적힌 수의 곱이 4의 배수이거나 6의 배수이다.

- ① 60 ② 72 ③ 84 ④ 96 ⑤ 108



단답형

29. 이산확률변수 X 가 가지는 값은 1부터 4까지의 자연수이고 이산확률변수 Y 가 가지는 값은 1부터 8까지의 자연수이다. 상수 a 와 8 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

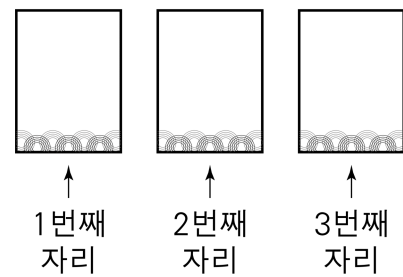
$$P(Y=n) = \begin{cases} \frac{2}{3} \times P\left(X = \frac{9-n}{2}\right) & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ a \times P\left(X = \frac{n}{2}\right) & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $E(X) = \frac{13}{5}$ 일 때, $E(30Y)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 3장의 카드가 그림과 같은 3개의 자리에 각각 앞면이 보이도록 놓여 있다. 이 3장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

$k=1, 2, 3$ 일 때,
주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 의 배수이면 k 번째 자리에 놓인 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

예를 들어, 나온 눈의 수가 4이면 1번째 자리와 2번째 자리에 놓인 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다. 이 시행을 3번 반복한 후 모든 카드가 뒷면이 보이도록 놓여 있을 때, 2번째 시행 후 모든 카드가 앞면이 보이도록 놓여 있을 확률은 p 이다. $130p$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짜수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^x}{x^2 + 2^x}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{\ln 2}{4}$ ② $\frac{\ln 2}{2}$ ③ $\ln 2$ ④ $2\ln 2$ ⑤ $4\ln 2$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^4 + 1), \quad y = \frac{1}{2e^{t-1}} = \frac{1}{2}e^{-t+1}$$

$\hookrightarrow x' = \frac{4}{2} = 2$ $\hookrightarrow y' = -\frac{1}{2}e^{-t+1}$ $\rightarrow y'(x) = -\frac{1}{2}$

에서 $t=1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{5}{4}$

($-\frac{1}{4}$)

25. 열린구간 $(0, 2)$ 에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. $0 < t < 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기는 $\pi \sec^2 \frac{\pi t}{4}$ 이다.

$f(1) = 4 - 2\sqrt{3}$ 일 때, $f\left(\frac{4}{3}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ 0 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$ ✓

$$f'(t) = \pi \sec^2 \frac{\pi t}{4} \times 4$$

$$\int_{1}^{\frac{4}{3}} f'(t) dt = 4 \tan \frac{\pi t}{4} \Big|_1^{\frac{4}{3}}$$

$$= 4 \left(\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 4(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 4\sqrt{3} - 4 = \textcircled{2} \quad \cancel{4} + 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2\sqrt{3}}$$

26. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \sqrt{n^2 + 16n} - \sqrt{n^2 + 6n}$$

$$\left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}} \right)$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{a_3}{6}$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}} = \sqrt{n^2 + 16n} - \sqrt{n^2 + 6n}$$

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3} = 5$$

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3} = 2$$

$$-\frac{1}{a_3} = 3$$

$$a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{a_1} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

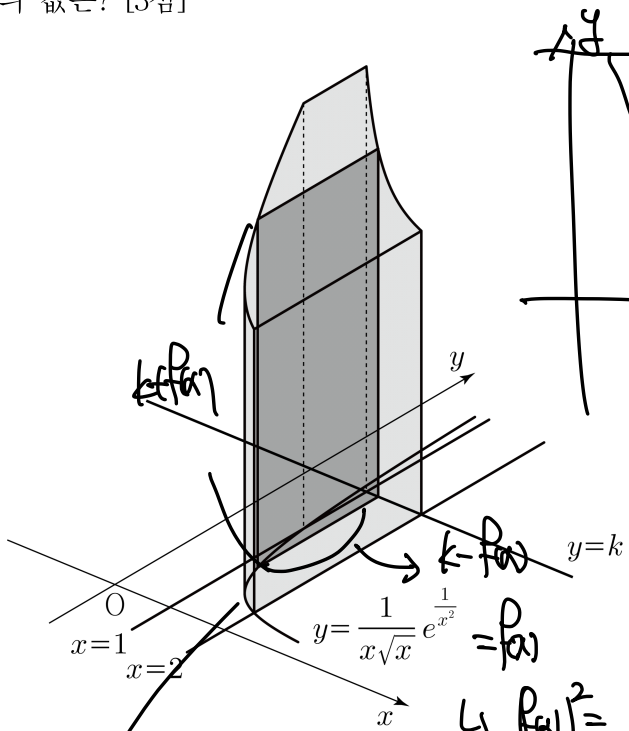
짝수형

수학 영역(미적분)

$$f' = \frac{4(x^2+4) - 4x(2x)}{(x^2+4)^2} \rightarrow f'(1) = \frac{20-8}{25} = \frac{12}{25}$$

$$f'(4) = \frac{-28}{400} = -\frac{7}{100}$$

27. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{1}{x\sqrt{x}} e^{\frac{1}{x^2}}$ 과 세 직선 $x=1, x=2,$
 $y=k (k > e)$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고
 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 둘레의 길이가
 $4k$ 인 직사각형 입체도형의 부피가 $2e^2 + \frac{\sqrt{e}}{4}$ 일 때,
 상수 k 의 값은? [3점]



- ① $\frac{5}{4}e$
- ② $\frac{3}{2}e$
- ③ $\frac{7}{4}e$
- ④ $2e$
- ⑤ $\frac{9}{4}e$

$$\int_1^2 (k^2 - \left(\frac{1}{x\sqrt{x}} e^{\frac{1}{x^2}}\right)^2) dx =$$

$$= \int_1^2 (k^2 - \frac{1}{x^3} e^{\frac{2}{x^2}}) dx$$

$$= k^2 x + \frac{1}{4} e^{2x^{-2}} \Big|_1^2$$

$$= k^2 + \frac{1}{4} (e - e^2)$$

$$-x^{-3} e^{2x^{-2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} e^{2x^{-2}}$$

$$-4x^{-3} e^{2x^{-2}}$$

$$k^2 = 2e^2 + \frac{e^2}{4} = \frac{9e^2}{4}$$

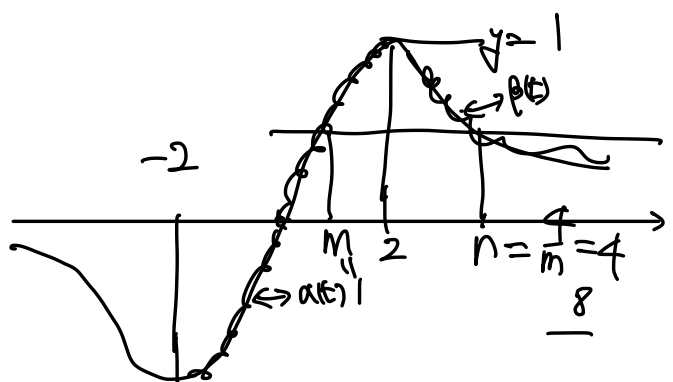
$\frac{3e}{2}$

28. 양수 $t (t \leq 1)$ 과 함수 $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$ 에 대하여 x 에 대한
 방정식 $f(x) = t$ 의 실근의 최댓값과 최솟값의 차를 $g(t)$ 라 하자.

$$\int_k^1 g(t) dt + kg(k) = 4 \ln 2$$

를 만족시키는 양수 $k (k < 1)$ 에 대하여 $\frac{4}{5} \times g'(\frac{4}{5})$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{25}{12}$
- ② $-\frac{25}{6}$
- ③ $-\frac{25}{4}$
- ④ $-\frac{25}{3}$
- ⑤ $-\frac{125}{12}$



$$g(t) = f(n) - f(m)$$

$$\int_m^n (f(x)) dx = \int_m^n \frac{4x}{x^2+4} dx + k(f(n) - f(m))$$

$$\int_m^n \frac{4x}{x^2+4} dx = 2 \ln|x^2+4| \Big|_m^n = 2 \ln \frac{n^2+4}{m^2+4}$$

$$2 \ln \frac{n^2+4}{m^2+4} + k(n-m) = 4 \ln 2$$

$$\int_m^n \frac{4x}{x^2+4} dx = 2 \ln \frac{n^2+4}{m^2+4}$$

$$\int_m^n \frac{4x}{x^2+4} dx = 4 \ln 2 = 2 \ln(4)$$

$$= 2 \ln \left(\frac{n^2+4}{m^2+4} \right)$$

$$= 2 \ln \left(\frac{n^2+4}{m^2+4} \right)$$

$$4m^2+4 = n^2+4$$

$$2 = n^2 - 4m^2 = n^2 - \frac{64}{n^2} \Rightarrow n^4 - 64 = 0$$

$$mn = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{n}$$

$m=1$

$n=4$

단답형

29. 첫째항이 모두 1이고 공비의 곱이 $\frac{1}{4}$ 인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 있다. 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 1보다 큰 실수로 수렴하고, 어떤 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_{2n} \times \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} b_n = \frac{1}{m}$$

일 때, m 의 값을 구하시오. [4점]

$nr_2 = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{1-r_1} > 1, \frac{1}{1-r_2} > 1$$

$$\frac{r_1 r_2}{(1-r_1)^2} \times \frac{a_2 b_1}{(1-r_1^2 r_2)} = \frac{1}{m}$$

$0 < r_1 < 1$
 $0 < r_2 < 1$

$$\frac{r_1 r_2 \times \frac{1}{4}}{(1-r_1)^2 (1-r_1^2 r_2)} = \frac{1}{m} = \frac{4}{(4-r_2)(4-r_1)}$$

$$m = \frac{65 - 6(r_1 r_2)}{6} < \frac{65}{6}$$

$r_1 r_2 = \frac{1}{6}$

i) $m=3$

$$48 = 65 - 6(r_1 r_2)$$

$$r_1 + r_2 = \frac{65 - 48}{6} = \frac{17}{6}$$

$$r_1 r_2 = \frac{1}{6}$$

$$t^2 - \frac{17}{6}t + \frac{1}{6} = 0$$

$$6t^2 - 17t + 1 = 0$$

$$b = 289 - 216 = 27$$

30. 최고차항의 계수가 양수인 일차함수 $f(x)$ 와 $k > 1$ 인 상수 k 에 대하여 함수

$$g(x) = \frac{\sin f(x)}{k - \cos f(x)}$$

가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되는 모든 양수 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자

$$\{f(a_{n+1}) - f(a_n) \mid n \text{은 자연수}\} = \{f(0), 2f(0)\}$$

이고 $a_5 - a_2 = 2$ 일 때, $100 \times (2 + \frac{5}{5})$ 의 값을 구하시오. [4점]

$g(x) = \frac{\sin x}{k - \cos x}$

$\frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{k - \cos x}$

$k \cos x - \cos^2 x - \sin^2 x = 0$
 $= k \cos x - 1 \rightarrow \cos x = \frac{1}{k}$

$2007 \cos = 260$

$3n = 2\pi, n = \frac{2\pi}{3}$

$4\pi, 2n, m > n$

$y = \frac{1}{2}$

$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

$$f(a_5) - f(a_2) = m + n + m$$

$$= 2m + n$$

$$= \frac{2\pi}{3} + \frac{8\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

$$f(x) = \frac{5\pi}{3} \times 2 + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \cdot \pi$$

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

짜수형

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 $A(1, a, 4)$, $B(4, 2, 10)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점의 좌표가 $(2, 0, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2 = 8x + 16$ 위의 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 $\overline{OP} = 8$ 일 때, 점 P 의 y 좌표는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

25. 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 2, \quad |\vec{a} - 2\vec{b}| = 3, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{6}$$

일 때, $|\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

26. 좌표평면에서 점 $(2\sqrt{3}, 0)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에

그은 한 접선의 접점이 $(\sqrt{3}, 1)$ 일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단, a, b 는 양수이다.) [3점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

27. 좌표공간에 구 $S : (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ 가 있다.
 구 S 가 zx 평면과 만나서 생기는 원을 C_1 이라 하고,
 구 S 가 yz 평면과 만나서 생기는 원을 C_2 라 할 때,
 점 $(1, 1, 0)$ 을 지나고 xy 평면에 수직인 평면 α 가
 다음 조건을 만족시킨다.

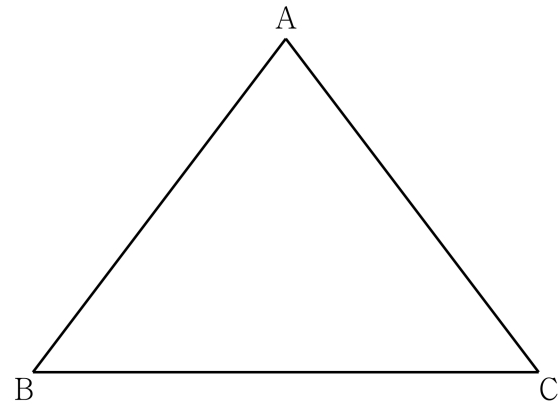
원 C_1 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는
 원 C_2 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이와 같다.

평면 α 가 xy 평면과 만나서 생기는 직선의 x 절편이 양수일 때,
 y 절편은? [3점]

- ① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{19}{8}$

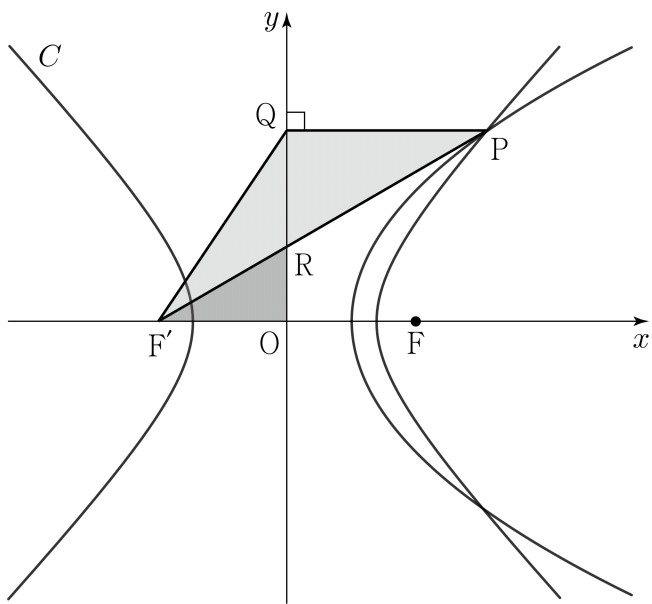
28. 좌표평면 위에 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 인 삼각형 ABC 가
 있다. 삼각형 ABC 의 내접원 위를 움직이고 $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$ 인
 두 점 P, Q 와 $\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{BR} = 0$ 을 만족시키는 점 R 에 대하여
 $\overrightarrow{PR} \cdot \overrightarrow{QR}$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $36 + 20\sqrt{10}$ ② $38 + 16\sqrt{10}$ ③ $36 + 16\sqrt{10}$
 ④ $38 + 12\sqrt{10}$ ⑤ $36 + 12\sqrt{10}$

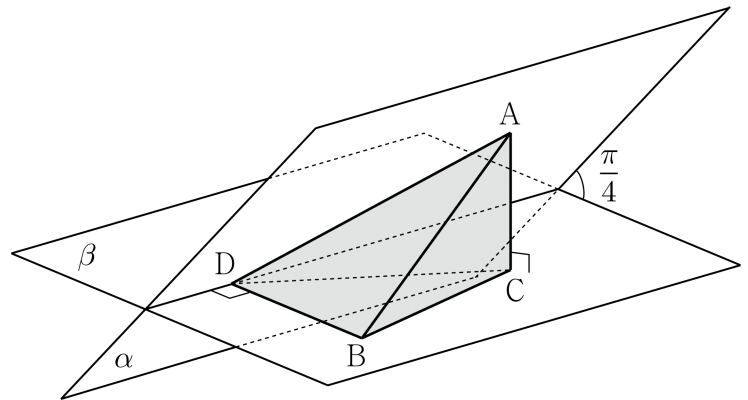


단답형

29. 두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선 C 가 있다. 점 F 를 초점으로 하고 y 축을 준선으로 하는 포물선이 쌍곡선 C 와 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하자. 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 Q 라 하고, 선분 PF' 이 y 축과 만나는 점을 R 이라 할 때, 삼각형 PQF' 의 넓이는 삼각형 ORF' 의 넓이의 $\frac{15}{4}$ 배이다. 쌍곡선 C 의 주축의 길이를 $p+q\sqrt{33}$ 이라 할 때, $q-p$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



30. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$ 인 평면 α 위의 점 A , 평면 β 위의 점 B 가 있다. 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$ 이고, 직선 AB 가 두 평면 α, β 와 이루는 각의 크기가 각각 $\frac{\pi}{6}$ 이다. 점 A 에서 평면 β 에 내린 수선의 발을 C 라 하고, 점 B 에서 두 평면 α, β 의 교선에 내린 수선의 발을 D 라 하자. 사면체 $ABCD$ 의 부피를 V 라 할 때, $\sqrt{2} \times V^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.