수능특강

수학영역 | **수학Ⅰ**

[23008-0020]

1 $(\sqrt[3]{2^{10}})^{\frac{n}{8}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$2^{\frac{10}{3}\times\frac{n}{8}}$ n: 12의 배수

$=2^{\frac{5n}{12}}$ → 자연수.

[23008-0021]

2 정수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 64의 n제곱근이 a가 되는 두 수 n, a의 순서쌍 (n, a)의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

n:2 → a:8, −8 2개.

n:3 → a:4 1개.

n:6 → a:2, −2 2개.

n:4 → a: 없음 X.

n:5 〃

∴ 2+1+2=5.

[23008-0022]

3 두 양수 a, b에 대하여 $a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}=3$, $a^{-1}+b^{-1}=5$일 때, $a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$\frac{a+b}{ab}=5$ $a+b=\frac{5}{4}$

So... ③: $(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})-2$. ?

$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})$ 형태..

$(a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}})^2=a^{-1}+b^{-1}+2\cdot a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}}$

$9=5+2\cdot(ab)^{-\frac{1}{2}}$ → $ab=\frac{1}{4}$

$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})^2=a+b+2\cdot(ab)^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{5}{4}+1=\frac{9}{4}$

↳ $a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}$

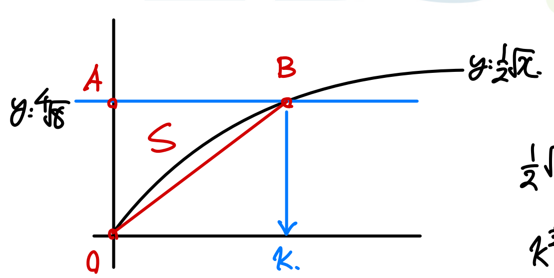
∴ $3\times\frac{3}{2}-2$

$=\frac{5}{2}$

[23008-0023]

4 점 A$(0, \sqrt[4]{8})$을 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=\frac{1}{2}\sqrt{x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이를 S라 할 때, $\log_2 S=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



$\frac{1}{2}\sqrt{k}=\sqrt[4]{8}$.

$k^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{3}{4}}\times2$.

$=2^{\frac{7}{4}}$. → $k=2^{\frac{7}{2}}$

$S=k\times\sqrt[4]{2^3}\times\frac{1}{2}$

→ $2^{\frac{7}{2}}\times2^{\frac{3}{4}}\times2^{-1}=2^{\frac{13}{4}}$

∴ $\log_2 S=\frac{13}{4}$

⟨17⟩.

[23008-0024]

5 1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 이차방정식 $x^2-\left(\log_a \frac{a^3}{4}\right)x-2=0$의 서로 다른 두 근이 $\log_2 a$, $\log_a b$일 때, ab의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

✓

합: $\log_2 a+\log_a b=\log_a \frac{a^3}{4}=3-2\log_a 2$ → $\log_2 a+\log_a \frac{1}{4}=3-\cancel{2\log_a 2}$

$-\cancel{2\log_a 2}$

곱: $\log_2 a\times \log_a b=-2$.

→ $\log_2 b=-2$, $b=\frac{1}{4}$.

→ $a=2^3$.

∴ $ab=2$.

[23008-0025]

6 두 양수 a, b에 대하여 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 1)$, $\mathrm{B}(\log_3 a,\ \log_3 b)$를 지나는 직선과 직선 $y=\frac{1}{2}x-1$이 서로 평행하고 $\log_2 a+\log_2 27b=3$일 때, $81(a+b)$의 값을 구하시오.

기울기 same.

$\log_2 27ab=3$. $27ab=8$.

기울기: $\dfrac{\log_3 b-1}{\log_3 a+1}=\dfrac{1}{2}$.

→ $\log_3 a+1=2\log_3 b-2$. → $\log_3 \frac{a}{b^2}=-3$. $\frac{a}{b^2}=\frac{1}{27}$. $27a=b^2$.

→ $b=2$. $a=\frac{4}{27}$.

∴ $81\left(\frac{4}{27}+2\right)$

$=12+162$

$=174$.

<174>

[23008-0026]

7 두 실수 x, y에 대하여 $\frac{1}{4x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{3}$이고 $81^x=12^y$일 때, $4x\log_6 9+y\log_6 12$의 값은?

$2\log_6 3$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ✓ ⑤ 10

$3^{4x}=2^{2y}\cdot 3^y=k$. (꼴 만드려고!)

$3=k^{\frac{1}{4x}}$

$12=k^{\frac{1}{y}}$

⊗ → $k^{\frac{1}{4x}+\frac{1}{y}}=6^2$

→ $k=6^3$

$6^{\frac{3}{4x}}=3$.

$\frac{3}{4x}=\log_6 3$. $4x=\frac{3}{\log_6 3}$.

$6^{\frac{3}{y}}=12$.

$\frac{3}{y}=\log_6 12$. $y=\frac{3}{\log_6 12}$.

∴ $6+3=9$.

[23008-0027]

8 두 양수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\log_2 a-\log_2 b=\log_{10} 314-\log_{10} 3.14$
>
> (나) $\sqrt[4]{2^a}\times\sqrt[3]{4^{-b}}=6$ → $2^{\frac{a}{4}}\times 2^{-\frac{2b}{3}}=6$.
>
> $2^{\frac{a}{4}-\frac{2b}{3}}=6$.

$2^{\frac{b}{3}}=6$.

$(\sqrt[15]{4})^{a+b}$의 값을 구하시오. ($a+b$: $5b$)

$\log_2 \frac{a}{b}=\log_{10} \frac{314}{3.14}=2$. ($100$)

→ $\frac{a}{b}=4$. $a=4b$

∴ $(\sqrt[15]{2^2})^{5b}=2^{\frac{2}{15}\cdot 5b}$

$=2^{\frac{2b}{3}}=(2^{\frac{b}{3}})^2=36$.

<36>

[23008-0028]

1 $a>1$, $b>1$인 두 상수 a, b에 대하여 원 $(x-\log_2 a)^2+(y-\log_2 b)^2=2$와 직선 $x+y-1=0$이 접하고 $5\log_a 2=\log_b 2$일 때, $(\sqrt[5]{a}\times\sqrt[4]{b})^8$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

$\frac{5}{\log_2 a}=\frac{1}{\log_2 b}$.

$5\log_2 b=\log_2 a$.

$(x-5\log_2 b)^2+(y-\log_2 b)^2=2$.

$(5\log_2 b-1,\ \log_2 b-1)$.

기:-1.

if 길이 원쪽.

$b>1$에 모순!

$6\log_2 b-3=0$.

$\log_2 b=\frac{1}{2}$.

$b=2^{\frac{1}{2}}$

$\frac{5}{2}=\log_2 a$, $a=2^{\frac{5}{2}}$.

$\therefore (2^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{1}{8}})^8$

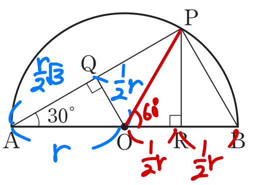
$=2^4\times 2$.

$=32$.

[23008-0029]

2 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고, 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 Q, 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 R라 하자. $\angle PAB=30°$이고 삼각형 QAO의 넓이가 $\frac{\sqrt[4]{27}}{2}$일 때, $\log_3(\overline{AR}\times\overline{BR})=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



$\frac{3^{\frac{3}{4}}}{2}$.

$\frac{3}{4}r^2$

$\to \frac{3}{4}\times 4\times 3^{\frac{1}{2}}$

$=3^{\frac{5}{4}}$.

$\therefore \frac{5}{4}$.

<9>.

$\angle OAQ$ S

$\frac{1}{2}r\times\frac{\sqrt{3}}{2}r\times\frac{1}{2}=\frac{3^{\frac{3}{4}}}{2}$.

$\frac{3^{\frac{1}{2}}}{8}\cdot r^2=\frac{3^{\frac{3}{4}}}{2}$

$r^2=4\cdot 3^{\frac{1}{4}}$

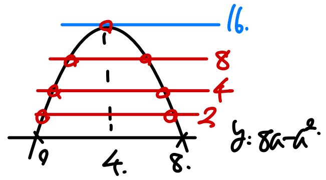
[23008-0030]

3 다음 조건을 만족시키는 세 수 a, b, n의 모든 순서쌍 (a, b, n)의 개수는?

(가) $\log_2(8a-a^2)$의 값은 자연수이다.

(나) 2 이상의 어떤 자연수 n에 대하여 b는 $8a-a^2$의 n제곱근 중 정수이다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



$\to 8a-a^2$: 2, 4, 8, 16.

a개수 2 2 2 1

①. $8a-a^2=2$ 존재X.

②. $8a-a^2=4$.
n:2일때, b: 2, -2. $\to 2\times 2$

③. $8a-a^2=8$
n:3일때, b:2 $\to 1\times 2$.

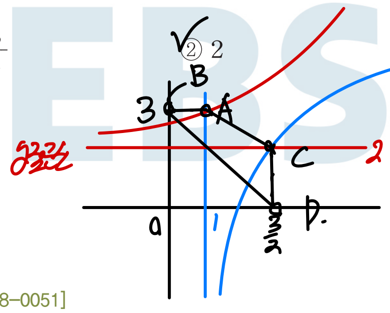
④. $8a-a^2=16$.
n:4일때, b:2, -2.
n:2 〃, b:4, -4. $\to 4\times 1$
a개수.

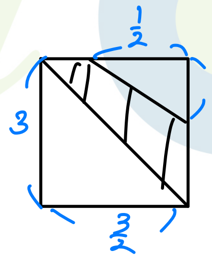
$\therefore 4+2+4$
$=10$.

[23008-0050]

1 함수 $f(x)=\log_2(x-1)+3$의 그래프의 점근선과 함수 $g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}+2$의 그래프가 만나는 점을 A, 점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선과 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점을 C, 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이는?

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$





$\frac{9}{2}-\frac{1}{4}-\frac{9}{4}$

$\therefore S=2.$

[23008-0051]

2 자연수 k에 대하여 함수 $y=\log_4(x+k)$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$의 그래프가 만나는 점을 A, 함수 $y=\log_4(x+k)$의 그래프와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프가 만나는 점을 B라 하고, 두 점 A, B의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 하자. $\frac{1}{10}<x_1<\frac{1}{5}$, $3<x_2<4$를 만족시키는 모든 k의 값의 합은?

$-\log_4 x.$

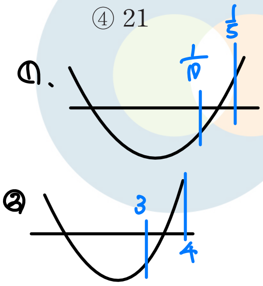
① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

① $\log_4(x+k)=-\log_4 x \rightarrow x_1.$

$x^2+kx=1.$ $(x>0)$ $\rightarrow x^2+kx-1=0.$

② $\log_4(x+k)=\log_4 x^2 \rightarrow x_2.$

$x+k=x^2$ $(x>0)$ $\rightarrow x^2-x-k=0.$



$\frac{1}{100}+\frac{1}{10}k-1<0$, $\frac{1}{25}+\frac{1}{5}k-1>0.$

$k<\frac{99}{10}$ $k>\frac{24}{5}$

$6-k<0$, $12-k>0.$ $k=5\sim9.$

$6<k<12$ $k=7\sim11.$ $\therefore k=7\sim9.$

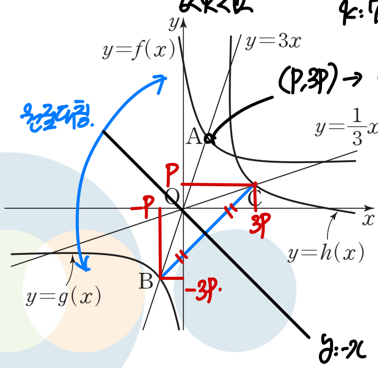
[23008-0052]

3 양수 a에 대하여 직선 $y=3x$가 두 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}+a$, $g(x)=-2^{x+3}-a$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 함수 $f(x)$의 역함수를 $h(x)$라 할 때, 직선 $y=\frac{1}{3}x$가 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{BC}=8\sqrt{2}$일 때, $f(4)+g\left(\frac{a}{2}\right)+h(2a)$의 값은?

$f(\bigstar)=8.$

$=\frac{9}{2}$ $=-6$ 8 $\bigstar$ $=1.$

① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$



$4P\sqrt{2}=8\sqrt{2}.$

$\rightarrow P=2.$

$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}+4.$

$f(4)=\frac{1}{2}+4.$

$f(\bigstar)=\left(\frac{1}{2}\right)^{\bigstar-3}+4=8.$ $\bigstar=1.$

$f(2)=6.$

$\rightarrow 2+a=6.$ $a=4.$

$\therefore \frac{9}{2}-5=-\frac{1}{2}.$

[23008-0053]

4 1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 함수 $y=\log_a x$의 그래프와 직선 $y=x$는 서로 다른 두 점에서 만나고, 함수 $y=b^x$의 그래프와 직선 $y=x$는 만나지 않는다. 정의역이 $\{x\,|\,-1\le x\le 2\}$인 함수 $f(x)=\left(\dfrac{a}{b}\right)^x$의 최댓값이 4일 때, 함수 $f(x)$의 최솟값은?

b>a!

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

max $\frac{b}{a}=4$ → $b=4a$.

∴ min $\frac{a^2}{b^2}=\frac{1}{16}$.

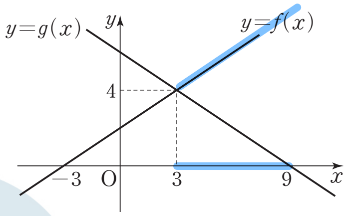
Max Min. -1 2.

[23008-0054]

5 두 일차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{f(x)g(x)}<\left(\frac{1}{81}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오.



$\left(\frac{1}{3}\right)^{f(x)g(x)}<\left(\frac{1}{3}\right)^{4g(x)}$ <1.

↳ $f(x)g(x)>4g(x)$.

① $g(x)>0$. → $f(x)>4$. 4~8.

② $g(x)<0$ → $f(x)<4$. → 불가능.

∴ $12\times\frac{1}{2}\times 5$ $=30$

<30>.

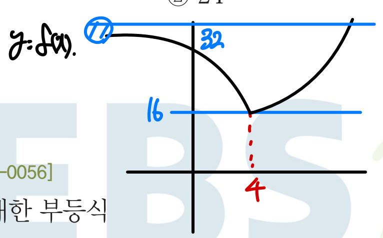
[23008-0055]

6 함수 $f(x)=\begin{cases}-2^x+32 & (x<4)\\ 2^x & (x\ge 4)\end{cases}$ 일 때, x에 대한 방정식

$$\{\log f(x)\}^2-\log\{n(n+10)\}\times\log f(x)+\log n\times\log(n+10)=0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 50 이하의 자연수 n의 개수는?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30



$(\log f(x)-\log n)(\log f(x)-\log(n+10))$.

→ $f(x)=n$ or $n+10$.

① $n<16$, $n+10>16$. $6<n<16$. → 9개.

② $n\ge 32$ $n\le 50$. $32\le n\le 50$. → 19개.

∴ $9+19=28$.

[23008-0056]

7 x에 대한 부등식

$$x^2-x\log_2 4n+\log_2 n^2\le 0$$

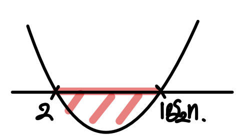
을 만족시키는 정수 x의 개수가 4가 되도록 하는 자연수 n의 개수는?

↳ $\log_2 n>2$.

① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

$x^2-x(2+\log_2 n)+2\log_2 n\le 0$.

$(x-2)(x-\log_2 n)\le 0$. →



$5\le\log_2 n<6$.

$2^5\le n<2^6$.
$= 32$, $= 64$.

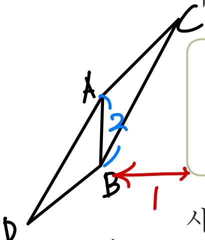
32~63.

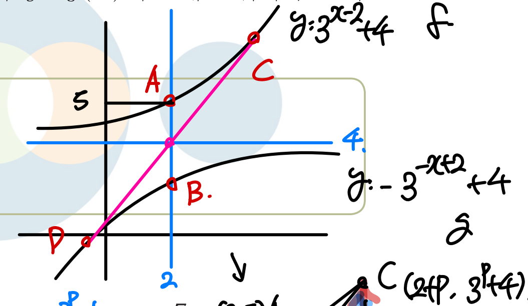
∴ 32개

$3^{k-2}+4+3^{-k+2}-4$ 최소.
$=3^{k-2}+\frac{1}{3^{k-2}}$ → 최소 at $k=2$. (산술평균)

[23008-0057]

1 두 함수 $f(x)=3^{x-2}+4$, $g(x)=-3^{-x+2}+4$가 있다. 상수 k에 대하여 직선 $x=k$가 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 선분 PQ의 길이가 최소일 때 두 점 P, Q의 위치를 각각 A, B라 하자. 두 점 A와 B, 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 C, 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.



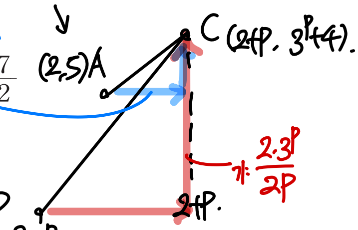


> (가) 선분 AB의 중점과 선분 CD의 중점은 일치한다.
> (나) 직선 CD의 기울기는 직선 AC의 기울기의 $\frac{3}{2}$배이다.

사각형 ADBC의 넓이는? (단, 점 C의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.)

$2\times1\times\frac{1}{2}\times2$ ⇒ 2.

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

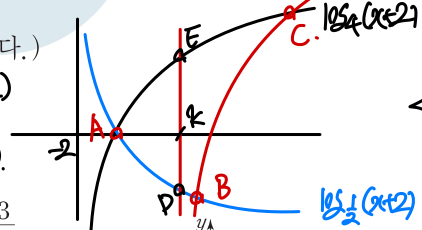


기: $\frac{3^p-1}{p}$
let $(2-p,\ -3^p+4)$ D, C $(2+p,\ 3^p+4)$
기: $\frac{2\cdot3^p}{2p}$

$\frac{3^p-1}{p}\times\frac{3}{2}=\frac{3^p}{p}$ → $3^p=3$. $p=1$.

[23008-0058]

2 양수 k에 대하여 세 함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$, $g(x)=\log_4(x+2)$, $h(x)=\log_2(x-k)$가 있다. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 교점을 A, 두 함수 $y=f(x)$, $y=h(x)$의 그래프의 교점을 B, 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프의 교점을 C라 하고, 함수 $y=h(x)$의 그래프의 점근선이 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. $\overline{DE}=\frac{3}{2}\log_2\frac{15}{4}$일 때, 삼각형 ABC의 무게중심의 x좌표는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

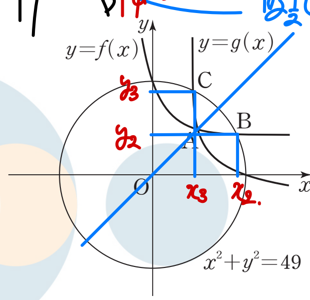


A(−1, 0)
B(2,)
C($\frac{17}{4}$,)

$\log_4(x+2)-\log_{\frac{1}{2}}(x+2)=\frac{3}{2}\log_2\frac{15}{4}$
$\frac{3}{2}\log_2(k+2)=\frac{3}{2}\log_2\frac{15}{4}$, $k=\frac{7}{4}$.
B $-\log_2(x+2)=\log_2(x-\frac{7}{4})$ $x=2$ (생략)
C $\frac{1}{2}\log_2(x+2)=\log_2(x-\frac{7}{4})$ $x=\frac{17}{4}$ (생략)
∴ $\frac{\frac{17}{4}+2-1}{3}=\frac{21}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{4}$
<11>

[23008-0059]

3 그림과 같이 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+3$의 그래프와 함수 $g(x)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{x-3}{4}$의 그래프가 만나는 점을 $A(x_1,\ y_1)$, 원 $x^2+y^2=49$가 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$이라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



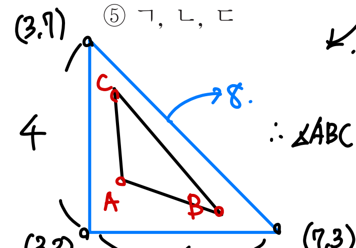
> 보기
> ㄱ. $3<x_1<4$
> ㄴ. $x_3-x_2=y_2-y_3$
> ㄷ. 삼각형 ABC의 넓이는 8보다 크다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $x=3$, $f(3)=\frac{1}{2}+3>3$
$x=4$, $f(4)=\frac{1}{4}+3<4$] 사이에 교점 O.

ㄴ. 역함수 관계.

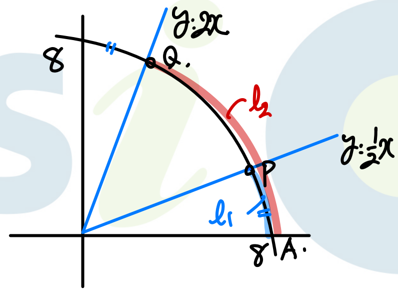
ㄷ.



∴ △ABC<8.

[23008-0078]

1 좌표평면에서 두 직선 $y=\frac{1}{2}x$, $y=2x$가 원 $x^2+y^2=64$와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 A$(8,\ 0)$에 대하여 중심이 원점 O인 두 부채꼴 OAP, OAQ에서 호 AP의 길이를 l_1, 호 AQ의 길이를 l_2라 할 때, $\frac{l_1+l_2}{\pi}$의 값을 구하시오.



$l_1+l_2 = 16\pi\times\frac{1}{4} = 4\pi$.

$\langle 4 \rangle$.

[23008-0079]

2 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos(-\theta)=\frac{4}{3}$일 때, $\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}-\frac{1}{1-\sin\theta}$의 값은?

① $-\frac{9}{4}$ ② $-\frac{9}{5}$ ③ $-\frac{4}{5}$ ④ $-\frac{5}{9}$ ⑤ $-\frac{4}{9}$

$\cos\theta+\cos\theta=\frac{4}{3}$.

$\cos\theta=\frac{2}{3}$.

$\frac{1+\sin\theta}{1-\sin^2\theta}=\frac{1+\sin\theta}{\cos^2\theta}$.

$\therefore -\frac{1}{\cos^2\theta}=-\frac{9}{4}$.

[23008-0080]

3 함수 $y=2\sin 3x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{3}$만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 두 점 $\left(\frac{\pi}{6},\ f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$, $\left(\frac{\pi}{2},\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$를 지나는 직선의 기울기는?

① $\frac{3}{\pi}$ ② $\frac{6}{\pi}$ ③ $\frac{9}{\pi}$ ④ $\frac{12}{\pi}$ ⑤ $\frac{15}{\pi}$

$f(x)=2\sin 3\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+1$.

$=2\sin(3x+\pi)+1$

$=-2\sin 3x+1$.

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=-1$.

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$.

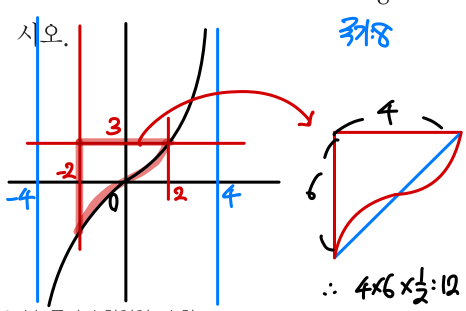
기울기 $=\frac{3+1}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}}\ \frac{\times 6}{\times 6}=\frac{24}{2\pi}$

$=\frac{12}{\pi}$

[23008-0081]

4 $-4<x<4$에서 함수 $y=3\tan\frac{\pi x}{8}$의 그래프와 두 직선 $x=-2$, $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

주기 8



$\therefore 4\times 6\times\frac{1}{2}=12$

$\langle 12 \rangle$.

[23008-0082]

5 함수 $f(x)=\tan(ax+b)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(-\frac{\pi}{24}\right)$의 값은? $\left(\text{단, } a>0,\ 0<b<\frac{\pi}{2}\right)$

(가) 함수 $f(x)$의 주기는 $\frac{\pi}{2}$이다. $\frac{\pi}{a}=\frac{\pi}{2}$, $a=2$.

(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $x=k$가 만나지 않도록 하는 양의 실수 k의 최솟값은 $\frac{\pi}{12}$이다.

① -1　② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　③ 0　④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　⑤ 1 ✓

$f(x)=\tan(2x+b)$ → 점근선 $-\frac{b}{2}+\frac{\pi}{4}$.　$\frac{\pi}{4}-\frac{b}{2}=\frac{\pi}{12}$.　$\frac{b}{2}=\frac{1}{6}\pi$, $b=\frac{1}{3}\pi$.

$f\left(-\frac{\pi}{24}\right)=\tan\left(-\frac{\pi}{12}+\frac{1}{3}\pi\right)=1.$

[23008-0083]

6 세 양수 a, b, c에 대하여 함수 $y=|a\sin bx-c|$의 주기는 4π이고 이 함수의 최댓값은 5, 최솟값은 1일 때, abc의 값은?

$a=3$, $c=2$.

① 1　② 2　③ 3 ✓　④ 4　⑤ 5

$y=|3\sin bx-2|$.

주기 $=\frac{2\pi}{b}$, $b=\frac{1}{2}$.

$\therefore \frac{1}{2}\times3\times2=3$.

[23008-0084]

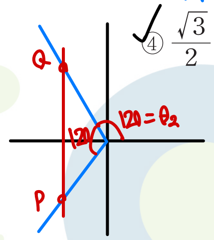
7 좌표평면 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$에 대하여 두 동경 OP, OQ가 나타내는 각의 크기를 각각 θ_1, θ_2라 하자. 두 점 P, Q와 θ_1, θ_2가 다음 조건을 만족시킬 때, $\sin\theta_2$의 값은? (단, O는 원점이다.)

(가) $\theta_1=2\theta_2$

(나) $x_1y_1>0$, $(x_1-x_2)^2+(y_1+y_2)^2=0$

$x_1=x_2$　$y_1=-y_2$

① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　② $-\frac{1}{2}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓　⑤ 1



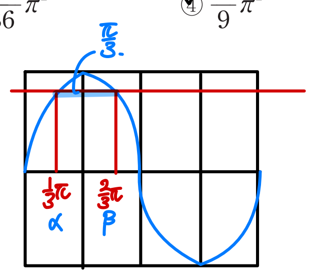
$\sin(120)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

[23008-0085]

8 $0\le x<2\pi$에서 부등식 $\sin x>k$를 만족시키는 모든 x의 값의 범위가 $\alpha<x<\beta$이고 $\cos(\beta-\alpha)=\frac{1}{2}$일 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, $0<k<1$)

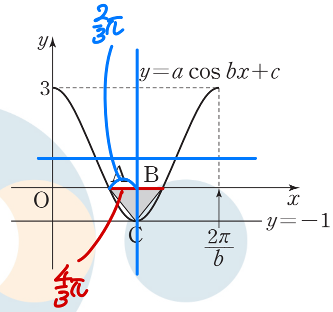
$\frac{\pi}{3}$.

① $\frac{5}{36}\pi^2$　② $\frac{1}{6}\pi^2$　③ $\frac{7}{36}\pi^2$　④ $\frac{2}{9}\pi^2$ ✓　⑤ $\frac{1}{4}\pi^2$



[23008-0086]

9 세 양수 a, b, c에 대하여 정의역이 $\left\{x \,\middle|\, 0 \le x \le \frac{2\pi}{b}\right\}$인 함수 $f(x)=a\cos bx+c$의 최댓값은 3이고 최솟값은 -1이다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 두 점 A, B에서 만나고 직선 $y=-1$과 한 점 C에서 만난다. 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{2}{3}\pi$일 때, abc의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$a:2, c:1$

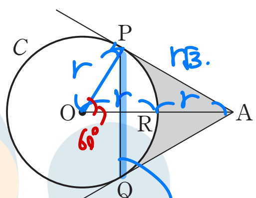
주기: $\frac{2}{3}\pi \times 6 = 4\pi$.

$b : \frac{1}{2}$.

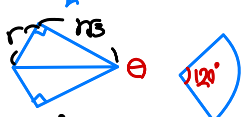
$\therefore 2\times1\times\frac{1}{2} = 1$.

[23008-0087]

10 그림과 같이 중심이 O인 원 C 밖의 점 A에서 원 C에 그은 두 접선이 원 C와 만나는 두 점을 P, Q라 하고, 선분 OA와 원 C가 만나는 점을 R라 하자. 점 R가 선분 OA의 중점이고, 삼각형 APQ의 둘레의 길이가 $9\sqrt{2}$일 때, 두 선분 AP, AQ와 점 R를 포함하는 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이는?



① $4\sqrt{3}-2\pi$ ② $5\sqrt{3}-2\pi$ ③ $6\sqrt{3}-2\pi$
④ $5\sqrt{3}-\pi$ ⑤ $6\sqrt{3}-\pi$



$3r\sqrt{3} = 9\sqrt{2}$.

$r : \sqrt{6}$.

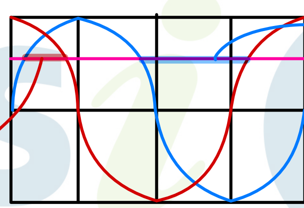
$r^2\sqrt{3} - r^2\pi\times\frac{1}{3} = 6\sqrt{3}-2\pi$.

[23008-0088]

11 $0 \le x < 2\pi$일 때, 부등식 $(2\sin x-1)(2\cos x-1)>0$을 만족시키는 모든 x의 값의 범위가 $a<x<b$ 또는 $c<x<d$이다. $\frac{6(a+d)}{\pi}$의 값을 구하시오. (단, $a<b<c<d$)

① $\sin x > \frac{1}{2}$ with $\cos x > \frac{1}{2}$.

② $\sin x < \frac{1}{2}$ with $\cos x < \frac{1}{2}$.



$\frac{\pi}{6} \sim \frac{\pi}{3}$ (a)

$\frac{5}{6}\pi \sim \frac{5}{3}\pi$ (d)

$a+d : \frac{\pi}{6}+\frac{5}{3}\pi$

$\therefore \frac{6\left(\frac{\pi}{6}+\frac{5}{3}\pi\right)}{\pi} : 1+10 : 11$.

<11>.

[23008-0089]

12 $0<x<10$일 때, 방정식

$$\sin^2\frac{\pi x}{5}-\sin\frac{\pi x}{5}-\left(\sin\frac{2}{5}\pi+1\right)\sin\frac{2}{5}\pi=0$$

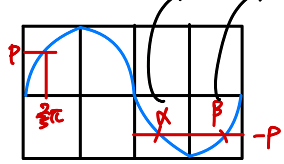
을 만족시키는 서로 다른 두 실근을 α, β라 하자. $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오. (49, 64) <113>.

$1 \quad -\left(\sin\frac{2}{5}\pi+1\right)$

$1 \quad \sin\frac{2}{5}\pi$

$\sin\frac{\pi x}{5} = \sin\frac{2}{5}\pi+1$.기 존재X.

$\sin\frac{\pi x}{5} : -\sin\frac{2}{5}\pi$



[23008-0090]

1 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

> (가) $\theta=\dfrac{\pi}{2n}$
>
> (나) $14<\sin^2\theta+\sin^2 2\theta+\sin^2 3\theta+\cdots+\cancel{\sin^2 n\theta}<16$

$\sin^2\theta + \sin^2(n-1)\theta.$

$\sin^2\theta + \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2n}\right)\right\}^2$

$\cos\frac{\pi}{2n}=\cos\theta.$

$=1.$

$13<\underbrace{\sin^2\theta+\cdots\quad+\sin^2(n-1)\theta}_{1}<15.$

$n-1: 27, 28, 29.$

$13\frac{1}{2}$ 14 $14+\frac{1}{2}.$

$\therefore$ n sum

$: 29\times3$

$: 87.$

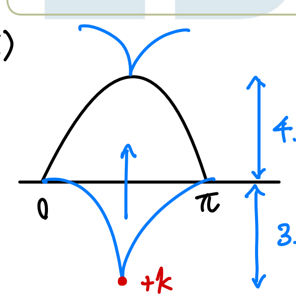
$\langle 87\rangle.$

[23008-0091]

2 다음 조건을 만족시키는 0이 아닌 두 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)는 모두 2개이다. 이 두 순서쌍을 각각 (a_1, b_1), (a_2, b_2) $(a_1<a_2)$라 할 때, $(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2$의 값을 구하시오.

> $0<x<\pi$에서 정의된 두 함수 $y=a\sin x$, $y=b|\cos x|+k$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $-3<k<4$이다.

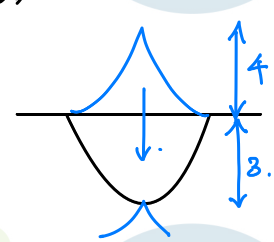
case1)



$\rightarrow a:4, b:3.$

a_2 b_2.

case2)



$\rightarrow a:-3. b:-4.$

a_1 b_1

$\langle 98\rangle.$

$\therefore 49+49 : 98$

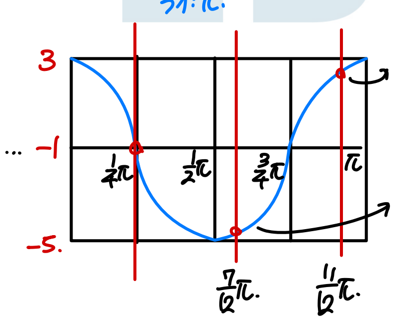
[23008-0092]

3 함수 $y=4\cos 2x-1$의 그래프와 함수 $y=\tan\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$의 그래프의 점근선이 만나는 모든 점의 y좌표 중에서 서로 다른 모든 y좌표의 곱을 구하시오.

$3x: \pi.$

$-\frac{\pi}{12}, \frac{1}{4}\pi, \cdots$ $\quad x: \frac{1}{4}\pi+\frac{\pi}{3}k.$ (k는 정수).

$+\frac{\pi}{3}.$



$-1+4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cdot\cdot$

$-1-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\rightarrow$ same.

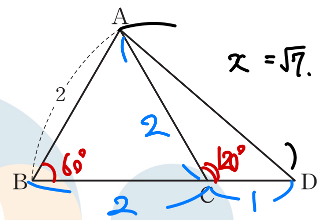
$\therefore (-1)(-1+2\sqrt{3})(-1-2\sqrt{3})$

$: 11$

$\langle 11\rangle.$

[23008-0109]

1 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에서 선분 BC를 3 : 1로 외분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 ACD의 외접원의 넓이는?



① 2π　　② $\frac{7}{3}\pi$　　③ $\frac{8}{3}\pi$

④ 3π　　⑤ $\frac{10}{3}\pi$

$x=\sqrt{7}$

$x^2=4+9-12\cdot\frac{1}{2}$

$=7$

$\frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2r$

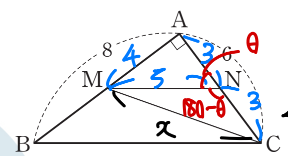
$r\sqrt{3}=\sqrt{7}$

$3r^2=7$

$\therefore r^2\pi=\frac{7}{3}\pi$

[23008-0110]

2 그림과 같이 $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$이고 $\angle A=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 AC의 중점을 N이라 할 때, $\sin(\angle NMC)$의 값은?



① $\frac{2\sqrt{13}}{65}$　　② $\frac{3\sqrt{13}}{65}$　　③ $\frac{4\sqrt{13}}{65}$

④ $\frac{\sqrt{13}}{13}$　　⑤ $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

$\cos\theta=\frac{3}{5}$

$\sin\theta=\frac{4}{5}$

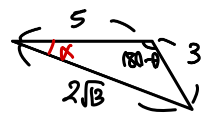
$x^2=9+25+30\cos\theta$

$=9+25+18$

$=52$

$x=2\sqrt{13}$

sin law.

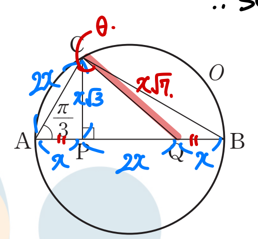


$\frac{3}{\sin\alpha}=\frac{2\sqrt{13}}{\frac{4}{5}}$

$\therefore \sin\alpha=\frac{\frac{12}{5}}{2\sqrt{13}}$

[23008-0111]

3 그림과 같이 선분 AB가 지름인 원 O에서 선분 AB 위에 $\overline{AP}=\overline{BQ}$를 만족시키는 두 점 P, Q를 잡는다. 원 O 위의 점 C에 대하여 두 선분 AP, CP가 서로 수직이고 $\angle CAP=\frac{\pi}{3}$일 때, $\cos(\angle ACQ)$의 값은?



① $\frac{\sqrt{7}}{28}$　　② $\frac{\sqrt{7}}{14}$　　③ $\frac{3\sqrt{7}}{28}$

④ $\frac{\sqrt{7}}{7}$　　⑤ $\frac{5\sqrt{7}}{28}$

$\overline{CQ}^2=3x^2+4x^2$

$\overline{CQ}=x\sqrt{7}$

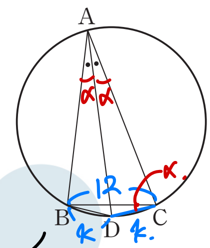
$9x^2=4x^2+7x^2-4\sqrt{7}x^2\cos\theta$

$2x^2$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{2\sqrt{7}}$

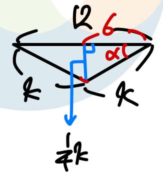
[23008-0112]

4 그림과 같이 $\overline{BC}=12$인 삼각형 ABC에서 $\angle BAC$의 이등분선이 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하자. $\overline{BD}=k$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $2k$이다. 실수 k의 값은? $\left(\text{단, } 0<\angle BAC<\frac{\pi}{2}\right)$



① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$　② $\frac{13\sqrt{15}}{10}$　③ $\frac{7\sqrt{15}}{5}$

④ $\frac{3\sqrt{15}}{2}$　⑤ $\frac{8\sqrt{15}}{5}$



$\frac{k}{\sin\alpha} = 4k$

$\sin\alpha = \frac{1}{4}$

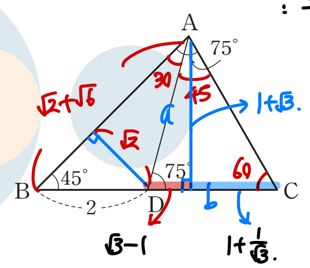
$k^2 = \frac{1}{16}k^2 + 36$

$\frac{15}{16}k^2 = 36$　$k^2 = \frac{12\cdot16}{5}$,　$\therefore k = \frac{2\sqrt{3}\cdot4}{\sqrt{5}}$

$= \frac{8\sqrt{15}}{5}$

[23008-0113]

5 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=2$이고 $\angle ABC=45°$, $\angle BAC=\angle ADC=75°$이다. $\overline{AD}=a$, $\overline{CD}=b$라 할 때, a^2+3b^2의 값은?



① 22　② 24　③ 26

④ 28　⑤ 30

$a = 2\sqrt{2}$　$b = \frac{4}{3}\sqrt{3}$

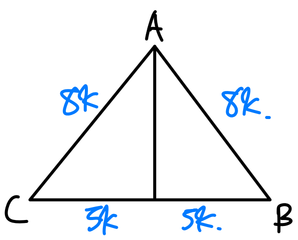
$\therefore a^2+3b^2 = 8+3\cdot\frac{16}{3} = 24$

[23008-0114]

6 삼각형 ABC가 $\overline{AB}\cos B+\overline{AC}\cos(A+B)=0$을 만족시킨다. $\cos C=\frac{5}{8}$일 때, $\cos A$의 값은?

$-\cos C$

① $\frac{3}{16}$　② $\frac{7}{32}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{9}{32}$　⑤ $\frac{5}{16}$



$\cos A = \frac{5}{8}$

$c\cos B - b\cos C = 0$

$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$,　$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

$\frac{a^2+c^2-b^2}{2a} - \frac{a^2+b^2-c^2}{2a} = 0$

$\therefore c^2 = b^2$

$b = c = 8k$ let

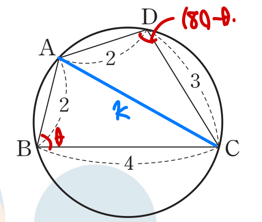
$100k^2 = 128k^2 - 128k^2\cos A$

$28k^2$

$\cos A = \frac{28}{128} = \frac{7}{32}$

[23008-0115]

7 사각형 ABCD의 네 꼭짓점은 한 원 위에 있고, $\overline{AB}=\overline{AD}=2$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CD}=3$일 때, 사각형 ABCD에 외접하는 원의 반지름의 길이는?



① $\frac{\sqrt{15}}{3}$　② $\frac{2\sqrt{15}}{5}$　③ $\frac{7\sqrt{15}}{15}$　④ $\frac{8\sqrt{15}}{15}$　⑤ $\frac{3\sqrt{15}}{5}$

$k^2: 20-16\cos\theta$.　$k:4$.

$\frac{4}{\sin\theta}:2r$

θ $k^2: 13+12\cos\theta$

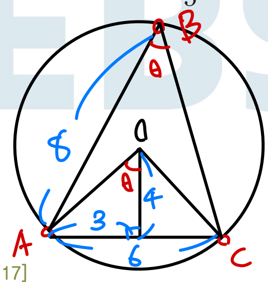
$\therefore r:\frac{2}{\sin\theta}$.　$7-28\cos\theta:0$.

$\cdot\ \frac{8}{\sqrt{15}}$　$\cos\theta:\frac{1}{4}$.　$\sin\theta:\frac{\sqrt{15}}{4}$.

[23008-0116]

8 $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$인 삼각형 ABC의 외심을 O라 하자. 삼각형 OAC의 넓이가 12일 때, 선분 BC의 길이는 a이다. 서로 다른 모든 실수 a의 값의 합은?

① $\frac{61}{5}$　② $\frac{62}{5}$　③ $\frac{63}{5}$　④ $\frac{64}{5}$　⑤ 13



$\cos A:\frac{4}{5}$.

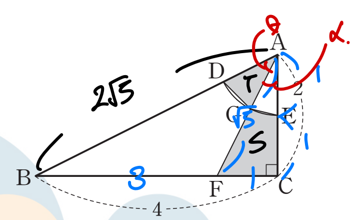
$\overline{BC}:x$.

$36:64+x^2-16x\cdot\frac{4}{5}$.

$x^2-\frac{64}{5}x+28:0$.

[23008-0117]

9 그림과 같이 $\overline{AC}=2$, $\overline{BC}=4$이고 $\angle C=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A이고 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 선분 BC를 3 : 1로 내분하는 점을 F라 하고, 선분 AF가 호 DE와 만나는 점을 G라 하자. 사각형 CEGF의 넓이를 S, 삼각형 ADG의 넓이를 T라 할 때, $S+T$의 값은?



$\sin\alpha:\frac{1}{\sqrt5}$.

① $\frac{11-\sqrt5}{10}$　② $\frac{12-\sqrt5}{10}$　③ $\frac{13-\sqrt5}{10}$　④ $\frac{14-\sqrt5}{10}$　⑤ $\frac{15-\sqrt5}{10}$

$9:5+20$
$-20\cos\theta$.

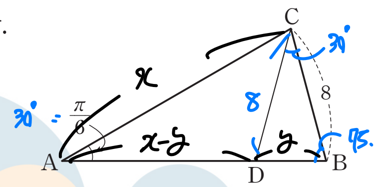
$\cos\theta:\frac{4}{5}$
$\sin\theta:\frac{3}{5}$

$S:1-\frac{1}{2\sqrt5}=1-\frac{\sqrt{10}}{10}$.

$T:\frac{2}{10}$.

[23008-0118]

1 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BC}=8$이고 $\angle CAB=\frac{\pi}{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\overline{CB}=\overline{CD}$일 때, $\overline{AD}\times\overline{BD}=a\sqrt{3}-b$이다. 두 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. $(x-y)\times y$.



<128>

$xy-y^2$

$=64-128+64\sqrt{3}=64\sqrt{3}-64$

$y^2=128-128\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=64(2-\sqrt{3})$

$64=2x^2-2x^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

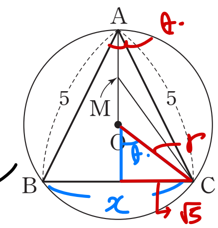
$(2-\sqrt{3})x^2=64$

$x^2y^2=(64)^2$

$xy=64$

[23008-0119]

2 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$인 예각삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O라 하고, 선분 OA의 중점을 M이라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 10일 때, 선분 CM의 길이는?

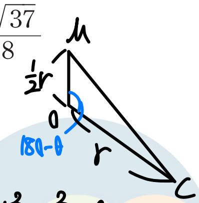


$r\sin\theta=\sqrt{5}$

$r=\frac{5\sqrt{5}}{4}$

① $\frac{\sqrt{37}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{37}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{37}}{8}$

④ $\frac{\sqrt{37}}{2}$ ✓⑤ $\frac{5\sqrt{37}}{8}$



$\overline{CM}^2=\frac{37}{\cancel{24}\,4}\cdot\frac{\cancel{125}\,5}{16}$

$\overline{CM}=\frac{5\sqrt{37}}{8}$

$\overline{CM}^2=\frac{1}{4}r^2+r^2+r^2\cos\theta$

$=\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{5}\right)r^2$

$25\times\frac{1}{2}\sin\theta=10$

$\sin\theta=\frac{4}{5}$

$\cos\theta=\frac{3}{5}$

$x^2=50-50\times\frac{3}{5}=20$

[23008-0120]

3 그림과 같이 중심이 각각 O_1, O_2이고 반지름의 길이가 각각 3, 2인 두 원 C_1, C_2가 직선 l_1과 점 A에서 동시에 접하고 있다. 원 C_2 위에 있고 직선 O_1O_2의 왼쪽에 있는 점 B에서 원 C_2에 접하는 직선 l_2와 원 C_1이 만나는 두 점 중 점 B에 가까운 점을 P, 다른 한 점을 Q라 하고, 두 선분 AP, AQ가 원 C_2와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 직선 RS가 원 C_1과 만나는 점 중 점 S에 가까운 점을 T, 직선 l_1과 만나는 점을 U라 하자. 점 O_1이 선분 SR 위의 점일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, 두 원 C_1, C_2는 한 평면 위에 있고, 원 C_2는 원 C_1의 내부에 있다.)

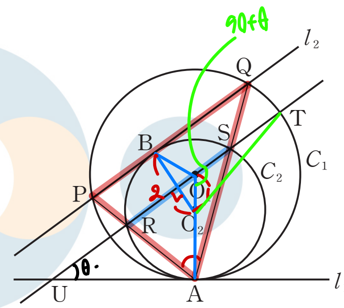
보기

ㄱ. $\overline{PQ}=\frac{3}{2}\overline{RS}$ → 사인법칙. r비와 동일함!

ㄴ. 삼각형 O_1BO_2의 넓이는 $\frac{2\,3}{\overline{O_1U}}$와 같다.

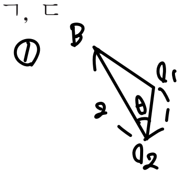
ㄷ. $\left(\frac{\overline{O_1B}^2-5}{4}\right)^2+\left(\frac{\overline{O_2T}^2-10}{6}\right)^2=1$

① ② $\cos\theta$ $\sin\theta$

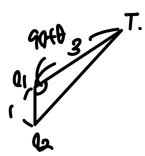


① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

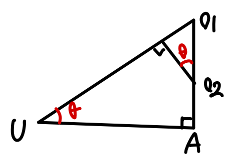
✓④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ



$\overline{O_1B}^2=5-4\cos\theta$



$\overline{O_2T}^2=10+6\sin\theta$



$\angle O_1BO_2$

$=\sin\theta$

$\sin\theta=\frac{3}{O_1U}$

중요! 주로 등차, 등비에서 초항:a, 공차:d, 공비:r 로 사용합니다!

Level 2 기본 연습

정답과 풀이 44쪽

[23008-0141]

1 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2-1=1-a_4$이고 $|a_4-5|=|5-a_6|$일 때, a_1의 값은?

$1+d$ $\quad$ $1+3d$

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

$a_2+a_4=2.$

$a_3=1.$

$|d-4|=|4-3d|.$

$d=2.$

$a_1=a_3-2d$

$=-3.$

[23008-0142]

2 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항과 공비가 같은 등비수열 $\{b_n\}$이 있다. $a_4=b_4$, $a_6=b_6$일 때, a_2+b_2의 값은?

-2 $\quad$ $2.$

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

let $a_1=a$, $b_1=b=r.$

$a+6=b^4$ $\quad$ $a+10=b^6.$

$b^6-b^4=4.$

$b^2=2.$

$a+6=4.$

$a=-2$

[23008-0143]

3 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2a_4-a_1a_3=8,\ a_1+a_2+a_3+a_4=4$$

일 때, $a_1a_2a_3a_4$의 값은?

① 90 ② 95 ③ 100 ④ 105 ⑤ 110

$a_{2.5}=1$

$a_1a_2a_3a_4$

$(1-\frac{1}{2}d)(1+\frac{3}{2}d)-(1-\frac{3}{2}d)(1+\frac{1}{2}d)=8.$

$\cancel{1}+d-\cancel{\frac{3}{4}d^2}-\cancel{1}+d+\cancel{\frac{3}{4}d^2}=8.$ $\quad$ $d=4.$

$(1-\frac{3}{2}d)(1+\frac{3}{2}d)(1-\frac{1}{2}d)(1+\frac{1}{2}d)$

$=(1-\frac{9}{4}d^2)(1-\frac{1}{4}d^2)$

$=(-35)\times(-3).$

[23008-0144]

4 모든 항이 서로 다른 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하고 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_6=\frac{15}{4}(a_7+a_8+a_9)=1$$

일 때, $\frac{a_1}{r-1}$의 값은?

① $-\frac{9}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

$\cancel{(a_1+a_2+a_3)}+r^3\cancel{(a_1+a_2+a_3)}=\frac{15}{4}\cdot r^6\cancel{(a_1+a_2+a_3)}$

$1+r^3=\frac{15}{4}r^6$

let $r^3=x.$ $\quad$ $1+x=\frac{15}{4}x^2.$

$15x^2-4x-4=0.$

$\frac{3}{5}\times\frac{-2}{2}.$ $\quad$ $x=\frac{2}{3}.$ $\to r^3=\frac{2}{3}.$

$S_6=1.$

$\frac{a(r^6-1)}{r-1}=1.$ $\to$ $\frac{a}{r-1}=\frac{1}{r^6-1}$

③.

$\therefore \frac{a}{r-1}=\frac{1}{\frac{4}{9}-1}=-\frac{9}{5}.$

[23008-0145]

5 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\frac{S_4}{S_3-S_1}=\frac{13}{6}$일 때, $\frac{a_4}{a_3-a_1}$의 값은?

$= \frac{ar^3}{ar^2-a}$

$= \frac{r^3}{r^2-1}$

$= \frac{\frac{27}{8}}{\frac{5}{4}}$

$= \frac{27}{10}$

① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{27}{10}$ ③ $\frac{125}{42}$ ④ $\frac{64}{21}$ ⑤ $\frac{125}{36}$

$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{a_2+a_3} = \frac{1}{r}+r = \frac{13}{6}$

$r^2-\frac{13}{6}r+1=0$

$6r^2-13r+6=0$

$2 \quad -3$
$3 \quad -2$

$r=\frac{3}{2}$

[23008-0146]

xr^2 $\quad xr$

6 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

① $a_2a_4=3$, ② $a_3a_5=a_3a_6-54$

일 때, a_1a_6의 값은?

① 3 ② $3\sqrt{3}$ ③ 9 ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ 27

② $3r^2=3r^3-54$

$r^2=r^3-18$

$r=3$

① $a^2 r^4=3$

$a^2=\frac{1}{27}$

$\therefore a^2r^5=\frac{1}{3^3}\times 3^5=3^2$

[23008-0147]

7 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $|S_{n+2}-S_n|=|6n-19|$이고 S_n의 최댓값이 존재할 때, a_3의 값은?

$a<0$

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

let $S_n = an^2+bn$

$|a(n+2)^2+b(n+2)-an^2-bn|$

$=|4an+4a+2b|$

$a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{25}{2}$

$S_n=-\frac{3}{2}n^2+\frac{25}{2}n \rightarrow a_n=-3n+14$

$\therefore a_3=5$

[23008-0148]

8 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n=a_n+a_6$이라 하고, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. S_n이 다음 조건을 만족시킬 때, a_6의 값은? 공차 d로 통일.

> (가) $1\le n\le 14$인 모든 자연수 n에 대하여 $S_{15-n}=S_n$이다.
> (나) $S_{16}=40$

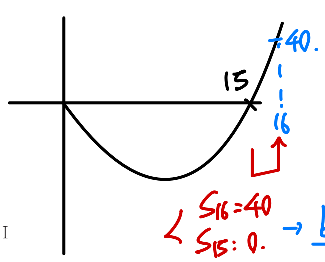
$b_n: a+d(n-1)+a+5d$

$= dn+2a+4d$

$b_{16}: 20d+2a$

$= 8d = 40$, $d=5$

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1



$S_{16}=40$, $S_{15}=0 \rightarrow b_{16}=40$

$S_n=\frac{1}{2}dn^2+\left(2a+\frac{9}{2}d\right)n$

$S_{15}=0$ $\quad 2a+\frac{9}{2}d=-\frac{1}{2}d\times 15$

$2a=-12d$, $a=-6d$

$\therefore a_6=a+5d$

$=-d$

$=-5$

[23008-0149]

9 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$과 3 이상의 자연수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

> ① (가) 세 수 $2,\ k,\ 3k-4$가 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
>
> ② (나) 세 수 $a_3,\ a_{k+1},\ a_{3k-3}$이 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 5 9

$8ad+\cancel{16d^2}=10ad+\cancel{16d^2}$

$d>0 \rightarrow a=0.$

$(a+4d)^2=(a+2d)(a+8d).$

$a_k^{\ 2}>100$일 때, $\boxed{a_2-a_1}$의 최솟값은? $=d$ d최소: ?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

① $k^2=2(3k-4)$. $k=\cancel{2}$ or 4

$k^2-6k+8=0$ $k=4$.

$(a+3d)^2>100.$

$9d^2>100,\ d>\frac{10}{3}.$

$\therefore d\ \min=4.$

[23008-0150]

10 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n=a_n-|a_n|$이라 하고, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $b_6=a_6$이고 S_n의 최댓값이 -2일 때, S_n의 최솟값은?

$\therefore S_n$ 최소$=2(a_1+\cdots+a_6)$ $6\times(-1)\times\frac{1}{2}\times 2$ $=-6.$

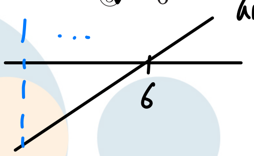
① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

$b_n=2\times\frac{a_n-|a_n|}{2}=2\times\min\{a_n,0\}$

$a_n<0\rightarrow a_n.$ $a_n\geq 0\rightarrow 0.$ 2배.

$\sum_{k=1}^{n}2\times\min\{a_k,0\}=S_n.$

$b_6=0 \rightarrow a_6\leq 0,\ a_6=0.$



S_n 최대. $=2a_1=-2$ $a_1=-1.$ $5d=1.$

[23008-0151]

11 첫째항이 2이고 모든 항이 서로 다른 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $S_5=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

$\rightarrow -1<r<0.$ else 발산 or 불가

> (가) 모든 자연수 n에 대하여 $0<S_n\leq S_1$이다. 2.
>
> (나) 어떤 자연수 m에 대하여 $|a_m|+|a_{m+2}|=5\times\left|\frac{a_2}{a_1}\right|^m$이다. $r.$

$\therefore S_5=\frac{2((-\frac{1}{2})^5-1)}{-\frac{3}{2}}$ $=-\frac{4}{3}\times(-\frac{33}{32})$ $=\frac{11}{8}$ $\langle 19\rangle.$

$S_n=\frac{2(r^n-1)}{r-1}.$

1\. m: 홀 $2\cdot r^{m-1}+2\cdot r^{m+1}=-5\cdot r^m$ $\div r^m\rightarrow \frac{2}{r}+2r=-5.$ $r=\cancel{2}, -\frac{1}{2}$

2\. m: 짝. $-2\cdot r^{m-1}-2\cdot r^{m+1}=5\cdot r^m$ $\div r^m\rightarrow -\frac{2}{r}-2r=5.$ $r=\cancel{2}, -\frac{1}{2}.$

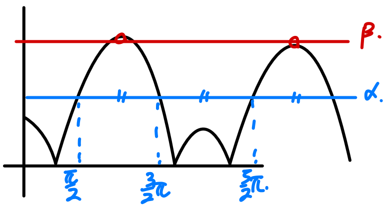
[23008-0152]

12 $x\geq 0$에서 정의된 함수 $f(x)=|p\cos x+q|\ (p>0)$에 대하여 $f(0)<f\left(\frac{\pi}{2}\right)$이다. 직선 $y=t$가 곡선 $y=f(x)$와 만나도록 하는 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 모든 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열한 수열이 등차수열이 되도록 하는 t의 값은 $\alpha,\ \beta\ (\alpha<\beta)$뿐이다. $t=\alpha,\ t=\beta$일 때의 이 등차수열을 각각 $\{a_n\},\ \{b_n\}$이라 하자. $\alpha+\beta=7$이고 $\frac{f(b_2)}{a_3}=\frac{2}{\pi}$일 때, $5p+4q$의 값은? (단, $p,\ q$는 상수이다.)

$f(b_2)=\beta$, $a_3=\frac{5}{2}\pi$

① 7 ② 11 ③ 15 ④ 19 ⑤ 23

$f(0)=|p+q|,\ f(\frac{\pi}{2})=|q|\rightarrow q<0.$



$\beta=5,\ \alpha=2$

$\rightarrow p=3,\ q=-2.$

[23008-0153]

1 공차가 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 집합 A, B는

$A=\{a_k \mid a_k$는 수열 $\{a_n\}$의 항, $1\le a_k\le 20\}$,

$B=\{b_k \mid b_k$는 수열 $\{b_n\}$의 항, k는 $1\le k\le 10$인 자연수$\}$

이다. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 공차가 각각 d_1, d_2일 때, 다음 조건을 만족시키는 d_1, d_2의 모든 순서쌍 (d_1, d_2)의 개수를 구하시오.

(가) $a_5=b_5=3$	(나) $n(A\cap B)=n(B-A)$

공 B−공

10.

if 공 d:1,2,3 5개 X. → d_1, d_2는 4의 약수.

→ d:4. 공:3, 7, 11, 15, 19. 5개.

$n(A\cap B)=n(B-A)=5$. ∴ 공:5개.

<3개>.

$n(B-A)$:5.

if $d_2\ne4$ → 빠지는 게 더 생김.

→ d_2:4.

→ d_1:1, 2, 4 / d_2:4 ∴3개.

[23008-0154]

2 첫째항이 정수이고 모든 항이 유리수인 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 모든 자연수 n에 대하여 $b_n=a_n+a_{n+1}$이라 하고, 좌표평면 위의 두 점을 $\mathrm{P}_n(n, a_n)$, $\mathrm{Q}_n(n, b_n)$이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 b_{10}의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

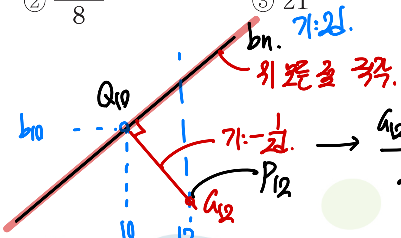
공차:d 공차:2d.

(가) $a_2-a_1>0$ → $d>0$.

(나) 10이 아닌 모든 자연수 k에 대하여 $\angle \mathrm{P}_{12}\mathrm{Q}_{10}\mathrm{Q}_k=\frac{\pi}{2}$이다.

b_{10}: $a_{10}+a_{11}$
$=2a+19d$
→ $3d+\frac{2}{3}$. max, min.

① $\frac{81}{4}$ ② $\frac{165}{8}$ ③ 21 ④ $\frac{171}{8}$ ⑤ $\frac{87}{4}$



→ $\frac{a_{12}-b_{10}}{2}$: $-\frac{1}{2d}$.

$a_{12}-a_{10}-a_{11}=-\frac{1}{d}$. (2d)

$2d-a-10d$: $-\frac{1}{d}$.

$a+8d$: $\frac{1}{d}$

a: $\frac{1}{d}-8d$ (정수). with $d>0$.

d:1 → b_{10}:5 min

d:$\frac{1}{8}$ → b_{10}: $16+\frac{3}{8}$. max.

∴ $21+\frac{3}{8}$: $\frac{171}{8}$

[23008-0155]

3 첫째항이 정수이고 모든 항이 서로 다른 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 두 집합 A, B는 다음과 같다.

$A=\{a_k^2 \mid a_k$는 수열 $\{a_n\}$의 항, k는 $1\le k\le 10$인 자연수$\}$,

$B=\{(-1)^k a_k \mid a_k$는 수열 $\{a_n\}$의 항, k는 $1\le k\le 10$인 자연수$\}$

집합 A의 원소를 큰 수부터 차례로 α_1, α_2, α_3, $\cdots$, α_{10}이라 하고, 집합 B의 원소를 큰 수부터 차례로 β_1, β_2, β_3, $\cdots$, β_{10}이라 하자. $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2$, $\beta_2=8$, $\frac{\alpha_1-\alpha_2}{\beta_1+\beta_2}=4$일 때, $\alpha_1\times\beta_3$의 값을 구하시오.

r^2 r

ak +, −, +, − 반복.. B 모든 항 +.

ar:8. → $144\times(-ar^2)$: $\cancel{144}\times\cancel{12}\times\frac{4}{9}$ 48 4
= 768.

→ $r<0$.

$-1<r<0$ 정수.

with $a_1<0$.

so. $(-1)^1a_1=+$.

$\frac{a^2-(ar)^2}{-a+ar}$: 4. $\frac{a^2(1-r)(1+r)}{-a(1-r)}$: $-a-ar$:4.

a:−12. r:$-\frac{2}{3}$.

<768>.

[23008-0175]

1 $\sum_{k=1}^{9}\frac{(k+1)^2}{k^2(k+1)}-\sum_{k=1}^{9}\frac{(k-1)^2}{k^2(k+1)}$의 값은?

① 3 ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{18}{5}$ ⑤ $\frac{19}{5}$

$\sum_{k=1}^{9}\frac{\cancel{k^2}+2k+\cancel{1}-\cancel{k^2}+2k-\cancel{1}}{k^2(k+1)}$

$\to \sum_{k=1}^{9}\frac{4}{k(k+1)}=4\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right).$

$\therefore 4\left(1-\frac{1}{10}\right)$

$=\cancel{4}^{2}\times\frac{9}{\cancel{10}_{5}}.$

[23008-0176]

2 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}=3^n+6$$

$\frac{1}{a_1}=9.$ $a_1=\frac{1}{9}.$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{5}a_k=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

$\frac{1}{a_n}=3^n-3^{n-1}$

$=\frac{2}{3}\cdot 3^n.$

$a_n=\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n\ (n\ge 2).$

$\frac{1}{9}+\sum_{k=2}^{5}\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$

$\frac{1}{9}+\frac{\frac{1}{6}\left(\left(\frac{1}{3}\right)^4-1\right)}{\frac{1}{3}-1}$

$=\frac{1}{9}-\frac{1}{\cancel{4}}\cdot\left(-\frac{\cancel{80}^{20}}{81}\right)=\frac{1}{9}+\frac{20}{81}=\frac{29}{81}$

⟨110⟩.

[23008-0177]

3 공차가 -2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_5|=|a_6|$일 때, $\sum_{k=1}^{9}\frac{1}{\sqrt{|a_{k+1}|}+\sqrt{|a_k|}}$의 값은?

$+1$ $-1.$

기르!
(대칭)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

$a_n=-2n+11.$

$a_1=9.$

$2\times\sum_{k=1}^{4}\frac{1}{\sqrt{|a_{k+1}|}+\sqrt{|a_k|}}+\frac{1}{2}.$

$2\times\frac{\cancel{\sqrt{a_{k+1}}-\sqrt{a_k}}\to\sqrt{a_5}-\sqrt{a_1}}{\cancel{a_{k+1}-a_k}\ -2.}+\frac{1}{2}.$ (1, 3)

$\therefore\frac{5}{2}.$

$=2+\frac{1}{2}$

[23008-0178]

4 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_1=1$, $a_2=1$이고, 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{S_{n+1}}{S_n}$을 만족시킬 때, a_8의 값은?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

$\frac{S_{n+1}-S_n}{S_n-S_{n-1}}$

$\cancel{S_{n+1}S_n}-S_n^2$
$=\cancel{S_nS_{n+1}}-S_{n+1}S_{n-1}$

$S_n^2=S_{n-1}S_{n+1}.$

$\to S_n$: 등비수열

$S_1=1$
$S_2=2$ $\times 2$
⋮
$S_7=2^{7-1}$
$S_8=2^{8-1}$

$a_8=S_8-S_7=2^7-2^6$
$=2^6.$

[23008-0179]

5 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}-a_n+4 & (a_n\le 0)\\ a_n-2 & (a_n>0)\end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_4+a_5=8$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

a_1 a_2 a_3 a_4

$3 \to 1 \to -1 \to 5.$

$\times.$ $-3 \to 7$ 7

$11 \to 9$

$-5 \to 9$

$a_4\le 0 \to a_5: -a_4+4.$ (x)

$a_4>0 \to a_5: a_4-2.$

$a_4+a_5 = 2a_4-2 : 8.$ $a_4:5.$

$\therefore$ ⊕9

[23008-0180]

6 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\frac{n}{2n-1}$$

이고, $\sum_{k=1}^{6}k^2(a_k-a_{k+1})=pa_7$일 때, 상수 p의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

$a_7: \frac{7}{13}$

$\therefore p\times\frac{7}{13}: \frac{7}{13}\times 3.$

$a_k-a_{k+1}: \frac{k}{2k-1}-\frac{k+1}{2k+1}: \frac{\cancel{2k^2}+k-\cancel{2k^2}-\cancel{k}+1}{4k^2-1}$

$\sum_{k=1}^{6}\frac{1}{4}+\frac{\frac{1}{4}}{4k^2-1}: \frac{3}{2}+\frac{1}{8}\sum_{k=1}^{6}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$

$1-\frac{1}{13}.$

$=\frac{3\cdot 52+12}{8\cdot 13}: \frac{168}{8\cdot 13}.$

[23008-0181]

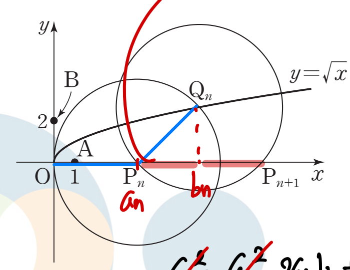
7 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 제1사분면 위의 점 Q_n이 있다.

> • 점 P_n을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OP}_n}$인 원은 곡선 $y=\sqrt{x}$ $(x>0)$과 점 Q_n에서 만난다.
> • 점 Q_n을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}$인 원은 x축과 서로 다른 두 점 P_n, P_{n+1}에서 만난다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(3, 0)$일 때, 두 점 $\mathrm{A}(1, 0)$, $\mathrm{B}(0, 2)$에 대하여 삼각형 ABP_n의 넓이 S_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

$a_1:3.$

> 모든 자연수 n에 대하여 두 점 P_n, Q_n의 x좌표를 각각 a_n, b_n이라 하자.
> 두 점 O, Q_n은 점 P_n을 중심으로 하는 원 위에 있으므로
> $\overline{\mathrm{OP}_n}=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}$에서
>
> $b_n=\boxed{\text{(가)}}\times a_n-1$ 2
>
> 이다. 두 점 P_n, P_{n+1}은 점 Q_n을 중심으로 하는 원 위에 있으므로
>
> $a_{n+1}=\boxed{\text{(나)}}\times a_n-2$ 3
>
> 이다. 삼각형 ABP_n의 넓이 S_n에 대하여 $\frac{S_{n+1}}{S_n}$은 일정하므로
>
> $S_n=\boxed{\text{(다)}}$ $2\times 3^{n-1}.$
>
> 이다.



$a_{n+1}: a_n+2(a_n-1)$

$:3a_n-2.$

a_n $\sqrt{b_n}$ b_n-a_n

$\cancel{a_n^2}=\cancel{a_n^2}-2a_nb_n+b_n^2+b_n.$

$b_n:2a_n-1.$

$S_n: (a_n-1)\times 2\times\frac{1}{2}$

$:a_n-1$

$S_1:2.$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+q+f(6)$의 값은?

2 3 $2\cdot 243.$

① 487 ② 489 ③ 491 ④ 493 ⑤ 495

$S_{n+1}: (a_{n+1}-1)\times 2\times\frac{1}{2}.$

$: 3(a_n-1).$

$\times 3.$

등비.

$\therefore 5+486.$

[23008-0182]

1 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} n+a_n & (a_n<n) \\ a_n-p & (a_n\ge n) \end{cases}$$

을 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 p의 값의 합을 구하시오.

> (가) p는 10 이하의 자연수이다.
> (나) $a_m=0$, $a_{m+4}=0$인 자연수 m이 존재한다.

m<2p. p: 3m+4. m:1.2.

if 2m+1-p<m+3. a_{m+4}: 3m+4−p=0. m<3m+6.

a_m:0 → a_{m+1}: m → a_{m+2}: 2m+1 → a_{m+3}: 2m+1−p. ↘ a_{m+4}: 2m+1−2p. ≠0. m>−2. always

if m≥1

m, p 자연수.

<17>.

∴ 7+10=17.

[23008-0183]

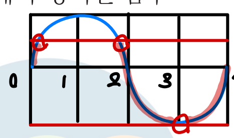
2 집합 $A=\left\{x \,\middle|\, 2\sin^2\frac{\pi x}{2}<1-\sin\frac{\pi x}{2}\right\}$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2 & (x\in A) \\ -1 & (x\notin A) \end{cases}$$

가 있다. $\sum_{k=1}^{m}kf(k)\le\sum_{k=1}^{10}4kf(4k)$를 만족시키는 자연수 m의 최댓값을 M이라 할 때, $M+\sum_{k=1}^{M}kf(k)$의 값은?

① 471 ② 475 ③ 479 ④ 483 ⑤ 487

2 X −1. $-1<\sin\frac{\pi x}{2}<\frac{1}{2}$.



0 (O) 3(X)
1 (X) 4(O)
2 (O) 5(X) ...
반복된다.

4의배수→항상O.

−1×1+2×2−1×3 +2×4 ..

if m:홀 <m:22.

→ 8. $\frac{10\cdot11}{2}$: 440.

i) m:홀. let 2k−1.

$-1\times\frac{1+2k-1}{2}\times k+2\times\frac{2+2k-2}{2}\times(k-1)$ $k^2-2k\le441$.

$=-k^2+2k^2-2k$: k^2-2k.

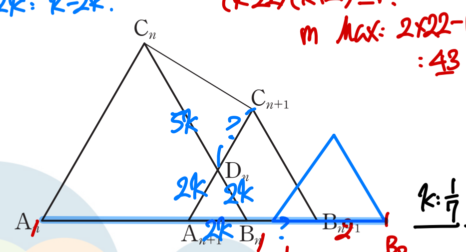
$(k-22)(k+20)\le0$.

m Max: 2×22−1 : 43.

ii) 생략..

[23008-0184]

3 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 모든 자연수 n에 대하여 선분 B_nC_n을 $2:5$로 내분하는 점을 D_n, 점 D_n을 지나고 선분 A_nC_n에 평행한 직선이 선분 A_nB_n과 만나는 점을 A_{n+1}이라 하자. 다음 조건을 만족시키도록 삼각형 $A_nB_nC_n$의 외부에 직선 $A_{n+1}B_n$ 위의 점 B_{n+1}과 직선 $A_{n+1}D_n$ 위의 점 C_{n+1}을 잡는다.



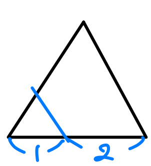
> (가) 삼각형 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$은 정삼각형이다.
> (나) 세 삼각형 $A_{n+1}B_nD_n$, $C_nD_nC_{n+1}$, $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$의 넓이는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
> (다) $\overline{A_{n+1}B_n}<\overline{B_nB_{n+1}}$

sin60°는 동일.. so 괄호만. x:4k.

1. $4k^2$
2. $5kx$ 등차.
3. $(2k+x)^2$.

$10kx$: $4k^2+4k^2+4kx+x^2$ → $x^2-6kx+8k^2=0$. x:2k or 4k.

$49\times\overline{A_1B_3}$의 값을 구하시오. (단, 모든 자연수 n에 대하여 선분 C_nC_{n+1}은 직선 A_nB_n과 만나지 않는다.)



반복..

$\overline{A_1B_3}$: $7k+6k\times\frac{2}{3}+6k\times\frac{6}{7}\times\frac{2}{3}$.

$=7k+4k+\frac{24}{7}k$.

<101>.

∴ $49\times\overline{A_1B_3}$ = $\frac{49\cdot11k+24\cdot7k}{77 \quad 24}$ put $k:\frac{1}{7}$.

∴ 101.