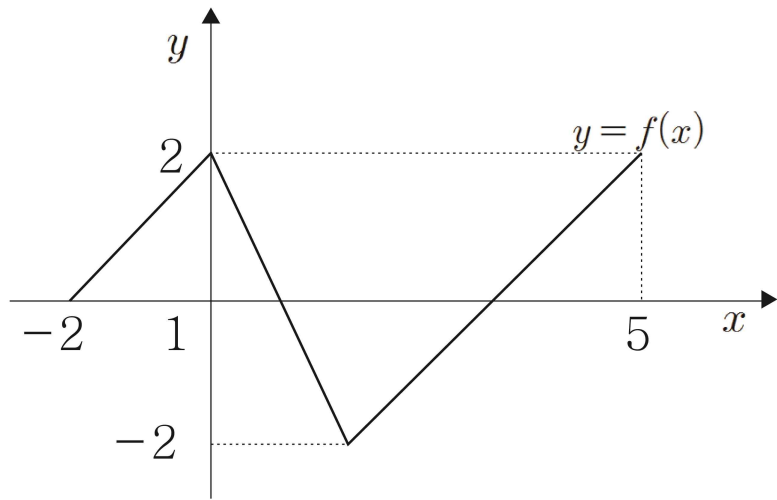


고지우의 **난문현답**

제 3 일

1. 2013년 6월 평가원
2. 2009년 수능
3. 2014년 사관학교
4. 2005년 7월 교육청
5. 2013년 사관학교
6. 2007년 3월 교육청
7. 2012년 3월 교육청
8. 2010년 3월 교육청
9. 2015년 경찰대
10. 2009년 10월 교육청

1. 닫힌 구간 $[-2, 5]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a)-1|-nf(a)}{2n+3} = 1$ 을 만족시키는 상수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

2. 다항함수 $f(x)$ 와 두 자연수 m, n 이

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^m} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x^{m-1}} = a$$

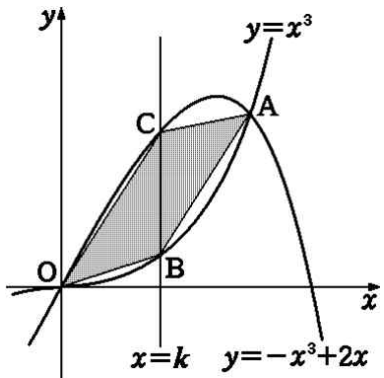
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = b, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x^{n-1}} = 9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ㄱ. $m \geq n$
 ㄴ. $ab \geq 9$
 ㄷ. $f(x)$ 가 삼차함수이면 $am = bn$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$ 의 교점 중 제 1사분면에 있는 점을 A라 하고, 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$ 와 직선 $x=k$ ($0 < k < 1$)의 교점을 각각 B, C 라 하자. 사각형 OBAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 실수 k 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 원점 O를 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 t 분 후의 좌표를 각각 x_1, x_2 라 하면

$$x_1 = 2t^3 - 9t^2, \quad x_2 = t^2 + 8t$$

이다. 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 4분 동안 세 점 P, Q, M이 움직이는 방향을 바꾼 횟수를 각각 a, b, c 라고 하자. 이때 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

5. 세 다항함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(1)=1, g(1)=2$

(나) 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(xy+1)=xg(y)+h(x+y)$

이때, $\int_0^3 \{f(x)+g(x)+h(x)\}dx$ 의 값을 구하시오.

6. n 개의 항으로 이루어진 등차수열 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이 다음 조건을 만족한다.

(가) 처음 4개 항의 합은 26이다.

(나) 마지막 4개 항의 합은 134이다.

(다) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 260$

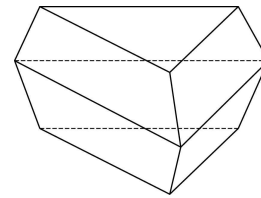
이때 n 의 값을 구하시오.

7. 등식 $2^a = 5^b$ 을 만족시키는 양의 실수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $b = \frac{1}{2}$ 이면 $a = \log_4 5$ 이다.
- ㄴ. $2 < \frac{a}{b} < 3$
- ㄷ. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 은 무리수이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 아래 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는?
(단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.)



- ① 6520
- ② 6620
- ③ 6720
- ④ 6820
- ⑤ 6920

9. 좌석의 수가 50인 어느 식당에서 예약한 사람이 예약을 취소하는 경우가 10명 중 1 명꼴이라고 한다. 52명이 예약을 했을 때, 좌석이 부족하게 될 확률은 $p \times 0.9^{52}$ 이다. p 의 값은?

- ① $\frac{61}{9}$ ② 7 ③ $\frac{56}{9}$
 ④ $\frac{67}{9}$ ⑤ $\frac{23}{3}$

10. 표는 $k=0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, $p_k = {}_{30}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{30-k}$ 의 값을 소수점 아래 셋째자리까지 나타낸 것이다.

k	0	1	2	3	4
p_k	0.004	0.025	0.073	0.137	0.185

주사위를 30번 던져 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 위의 표를 이용하여 $\sum_{r=3}^{30} rP(X=r)$ 의 값을 구한 것은?

- ① 4.765 ② 4.829 ③ 4.902
 ④ 4.946 ⑤ 4.971

3일차 과제

1. 상수함수가 아닌 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - 2g(x)\}$ 가 존재할 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f(x) + 2g(x) + 1}{f(x) + 2g(x) + 3}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = \frac{|x(x+2)|}{x(x+1)}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x - 1} = 3$$

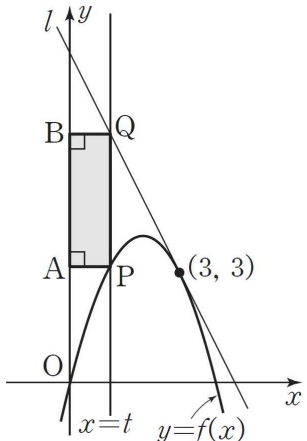
일 때, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\{f(-x)\}^2 - 4}{x^2 - 1}$ 의 값은?

- ① -10 ② -8 ③ -6
 ④ -4 ⑤ -2

4. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + k$ 는 임의의 두 양수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(x) = 0$ 이 열린 구간 $(1, 2)$ 에서 하나의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오.

3일차 과제

5. 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 의 그래프 위의 점 $(3, 3)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 $x=t$ ($0 < t < 2$)를 그어 곡선 $y=f(x)$, 접선 l 과 만나는 점을 각각 P, Q라 하고 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 직사각형 APQB의 넓이의 최댓값은?



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

6. $-2 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $A(t+2, t-2)$, $B(2-t, 2t^2+t+2)$ 가 있다. 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, \overline{OM}^2 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

7. 지면으로부터 높이가 25m인 지점에서 20m/초의 속도로 지면과 수직으로 위로 던져 올린 물체의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 높이 $h(t)$ (m)는

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 25$$

이다. 지면에 도달하는 순간 물체의 속도는?

- ① -20m/초 ② -25m/초 ③ -30m/초
- ④ -35m/초 ⑤ -40m/초

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $f(t)$ 가

$$f(t) = t^3 - 2t^2 - 4t$$

이다. $t > 0$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 가속도는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

3일차 과제

9. 삼차함수 $f(x) = x(x-2)(x-a)$ 에 대하여

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_a^2 f(x)dx$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

10. 삼차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 도함수 $f'(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

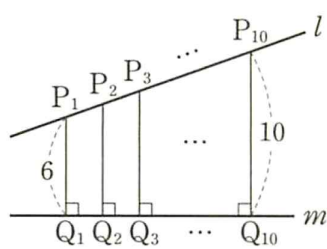
(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) = f'(-x)$ 이다.
 (나) $\int_{-1}^1 f(x)dx = 6$

$f'(1) = 8$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

11. 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 할 때, $a_{10} + b_{10} = 42, S_{10} + T_{10} = 160$ 이다. 이때 $a_1 + b_1$ 의 값을 구하여라.

12. 오른쪽 그림과 같이 직선 l 위에 같은 간격으로 10개의 점 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{10}$ 을 잡고, 각 점에서 직선 m 에 내린 수선의 발을 차례로 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_{10}$ 이라 하자. $\overline{P_1Q_1} = 6, \overline{P_{10}Q_{10}} = 10$ 일 때, $\overline{P_2Q_2} + \overline{P_3Q_3} + \overline{P_4Q_4} + \dots + \overline{P_9Q_9}$ 의 값은?



- ① 60 ② 61 ③ 62
- ④ 63 ⑤ 64

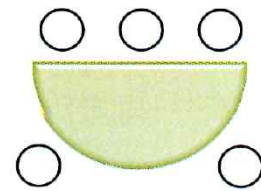
3일차 과제

13. $3^x = 4^y = 12^z$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}$ 의 값을 구하여라.
(단, $xyz \neq 0$)

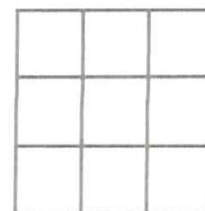
14. 양수 a, b 에 대하여 $a^m = b^n = 5$ 일 때, $\log_{ab} b^2$ 을 m, n 으로 나타내면? (단, $a \neq 1, b \neq 1, ab \neq 1$)

- ① $\frac{2m}{m+n}$ ② $\frac{2n}{m+n}$ ③ $\frac{mn}{m+n}$
 ④ $\frac{2mn}{m+n}$ ⑤ $\frac{m-n}{m+n}$

15. 오른쪽 그림과 같은 탁자에 5명이 둘러앉는 방법의 수를 구하여라.



16. 오른쪽 그림과 같이 정사각형을 9등분한 도형의 각 영역을 서로 다른 9가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는 $k \times 7!$ 이다. 이때 상수 k 의 값을 구하여라.



3일차 과제

17. 어느 음료수 회사에서 이벤트로 음료수 10병중에서 1병의 비율로 병뚜껑에 '한 병 더'라는 글씨를 새겨, 이 뚜껑을 가져온 고객에게는 음료수 한 병을 경품으로 준다고 한다. 이 음료수를 3병 구입한 사람이 경품으로 1병의 음료수를 받을 확률이 $\frac{3^k}{10^4}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

18. 어느 호텔을 예약한 사람 중에서 실제로 그 호텔에 투숙하는 사람은 80%라 한다. 방이 20개인 이 호텔에서 같은 날 22개의 예약을 받은 경우 실제로 방이 부족할 확률을 구하여라.
(단, $0.8^{21} = 0.009$, $0.8^{22} = 0.007$ 로 계산한다.)

19. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{45}C_x \cdot \frac{2^x}{3^{45}} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 45)$$

일 때, $E(X)$ 와 $V(X)$ 는?

- ① $E(X)=10, V(X)=1$
- ② $E(X)=10, V(X)=5$
- ③ $E(X)=15, V(X)=10$
- ④ $E(X)=30, V(X)=5$
- ⑤ $E(X)=30, V(X)=10$

20. 한 번의 타석에서 안타칠 확률이 0.2인 야구 선수가 10번의 타석에서 안타를 친 횟수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X \leq 9)$ 는?

- ① $\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$
- ② $\left(\frac{4}{5}\right)^{11}$
- ③ $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^9$
- ④ $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$
- ⑤ $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{11}$