

고지우의 **난문현답**

제 2 일

1. 2012년 3월 교육청
2. 2013년 9월 평가원
3. 2006년 6월 평가원
4. 2001년 경찰대
5. 2014년 7월 교육청
6. 2015년 9월 교육청
7. 2012년 4월 교육청
8. 2010년 경찰대
9. 2006년 10월 교육청
10. 2011년 9월 평가원

1. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) = 3$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2\left(1 - \frac{1}{9^n}\right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

3. 실수전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x-y) = f(x) - f(y) + xy(x-y)$ (나) $f'(0) = 8$
--

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 갖고 $x=b$ 에서 극솟값을 가질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

4. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(x+2) = -f(x)$ (나) $\int_0^2 f(x) dx = 1$
--

이때, $\int_{-2}^4 f(x) dx$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

5. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

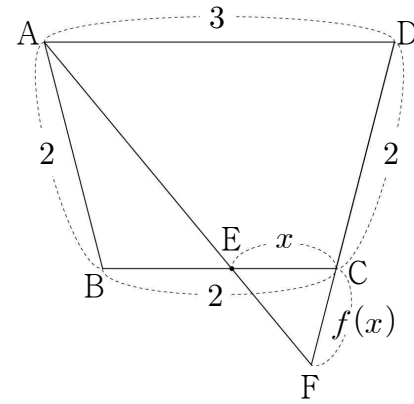
(가) $f(-x) = f(x)$

(나) $f(x+2) = f(x)$

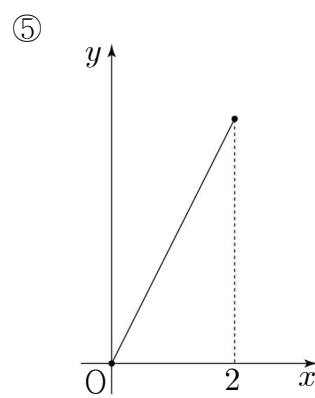
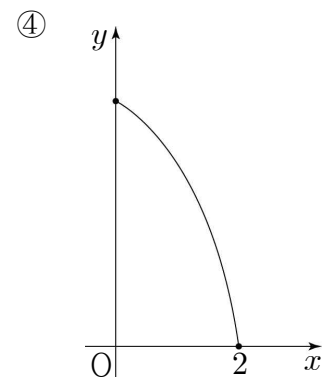
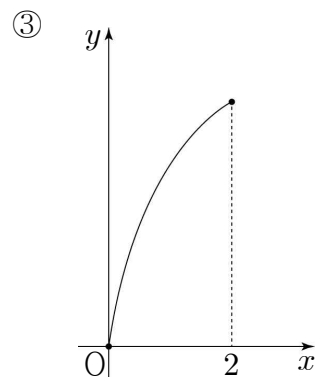
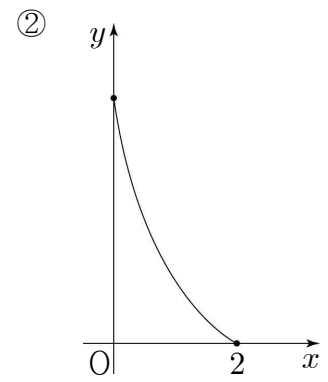
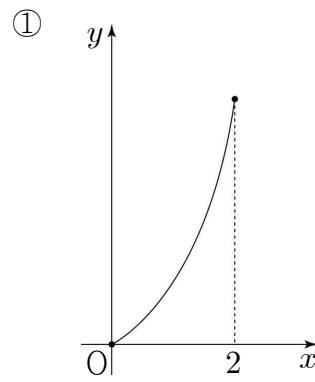
(다) $\int_{-1}^1 (x+2)^2 f(x) dx = 50, \int_{-1}^1 x^2 f(x) dx = 2$

$\int_{-3}^3 x^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

6. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2, \overline{AD} = 3$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 선분 BC 위를 움직이는 점을 E, 직선 AE와 직선 CD의 교점을 F라 하자.



점 C와 점 E 사이의 거리를 $x(0 \leq x \leq 2)$, 점 C와 점 F 사이의 거리를 $f(x)$ 라 할 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 모양으로 알맞은 것은?



7. 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 부등식 $|x - a_n| \geq |x - a_{n+1}| (n \geq 1)$ 을 만족시키는 x 의 최솟값을 b_n 이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $b_1 = \frac{a_1 + a_2}{2}$

ㄴ. 수열 $\{b_n\}$ 은 공차가 $\frac{3}{2}$ 인 등차수열이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{10} b_n = 160$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 어느 경찰관이 8월에 관할구역을 이틀 연이어 순찰하지 않으면서 5일 순찰하는 방법의 수는?

- ① ${}_{25}C_5$ ② ${}_{27}C_5$ ③ ${}_{28}C_5$
 ④ ${}_{29}C_5$ ⑤ ${}_{30}C_5$

9. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^5 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^6$

을 전개하는 식에서 x^2 항의 계수는? [4점]

- ① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

10. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번을 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A가 일어나지 않고 6회에서 사건 A가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2일차 과제

1. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n^2 a_n}$ 의 값을 구하여라.

2. 수열 $\{a_n\}$ 이 양의 무한대로 발산하고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = -2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + b_n}{a_n - 2b_n}$ 의 값을 구하여라.

3. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n + a_{n+1} = n^2$ ($n=1, 2, 3, \dots$)을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2} - a_n}{n+2}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

4. 첫째항이 9인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$, $\sum_{k=1}^n \sqrt{a_{k+1} - a_k} = 2\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$ 을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

2일차 과제

5. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) - 3xy$ 를 만족시키고 $f'(0) = -2$ 일 때, $f'(x)$ 를 구하면?

- ① $f'(x) = -2$ ② $f'(x) = -3x - 2$
 ③ $f'(x) = 2x - 2$ ④ $f'(x) = x^2 - 2$
 ⑤ $f'(x) = -x^2 - 2$

6. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y) - xy$$

를 만족시키고 $f'(1) = 3$ 일 때, $f(-2)$ 의 값은?

- ① -15 ② -10 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

7. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x+3) = f(x), \int_1^4 f(x)dx = 2$$

를 만족시킬 때, 정적분 $\int_1^{13} f(x)dx$ 의 값을 구하면?

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

8. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 를 만

족시킬 때, 다음 중 정적분 $\int_1^2 f(x)dx$ 와 그 값이 같은 것은?

- ① $\int_{2015}^{2016} f(x)dx$ ② $-\int_{2015}^{2016} f(x)dx$
 ③ $\int_{2016}^{2017} f(x)dx$ ④ $-\int_{2016}^{2017} f(x)dx$
 ⑤ $\int_{2017}^{2018} f(x)dx$

2일차 과제

9. 함수 $f(x) = x + 2$ 에 대하여

$$\int_{-2}^2 \{f(x)\}^2 dx = k \left(\int_{-2}^2 f(x) dx \right)^2$$

일 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

10. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 xf(x)dx = 3, \quad \int_{-1}^1 x^2f(x)dx = -2$$

가 성립할 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

11. 다음 중 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x < 1\}$ 인 함수 $y = x[x]$ 의 치역의 원소가 아닌 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

12. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 에 대하여 함수 f_A 를

$$f_A(x) = \begin{cases} 2 & (x \in A) \\ 1 & (x \notin A) \end{cases}$$

로 정의할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 데로 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. 집합 A 에 관계없이 함수 f_A 의 치역은 $\{1, 2\}$ 이다.
 ㄴ. $f_{A^c}(x) = 3 - f_A(x)$
 ㄷ. $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2일차 과제

13. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의되고 $a_3 = 10, a_{10} = 24$ 일 때, a_{15} 의 값은?

- ① 29 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 35

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 50, a_{10} = 23$ 일 때,
 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{30}|$ 의 값은?

- ① 196 ② 234 ③ 478
④ 576 ⑤ 689

15. 7개의 문자 A, A, A, B, B, C, D를 일렬로 나열할 때, C와 D가 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수는?

- ① 60 ② 80 ③ 120
④ 200 ⑤ 300

16. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라.

- (가) $f(3)$ 의 값은 홀수이다.
(나) $x < 3$ 이면 $f(x) > f(3)$ 이다.
(다) $x > 3$ 이면 $f(x) < f(3)$ 이다.

2일차 과제

17. $\left(x + \frac{1}{x^n}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항이 존재하도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

18. $(1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

- ① 11 ② 22 ③ 33
 ④ 44 ⑤ 55

19. 빨간 공 3개와 노란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색깔을 확인하고 다시 집어넣는 것을 1회 시행이라 하자. 빨간 공이 나오면 1점, 노란 공이 나오면 2점을 얻을 때, 5회의 시행에서 7점을 얻을 확률은?

- ① ${}_5C_1\left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{4}{7}\right)^4$ ② ${}_5C_2\left(\frac{3}{7}\right)^2\left(\frac{4}{7}\right)^3$ ③ ${}_5C_3\left(\frac{3}{7}\right)^3\left(\frac{4}{7}\right)^2$
 ④ ${}_5C_4\left(\frac{3}{7}\right)^4\left(\frac{4}{7}\right)$ ⑤ ${}_5C_5\left(\frac{4}{7}\right)^5$

20. 3부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 적힌 공이면 동전을 3번, 짝수가 적힌 공이면 동전을 4번 던진다. 이때 동전의 앞면이 3번 나올 확률을 구하여라.